

# Zur Bewertung von Wetterderivaten als innovative Risikomanagementinstrumente in der Landwirtschaft

## Pricing of weather derivatives as innovative risk management tools in agriculture

Oliver Mußhoff, Martin Odening und Wei Xu  
Humboldt-Universität zu Berlin

### Zusammenfassung

Die Bedeutung des Wetters als Risikofaktor in der Landwirtschaft ist seit langem bekannt. Zur Reduzierung wetterbedingter Risiken wurden in den letzten Jahren insbesondere Ertragsausfallversicherungen diskutiert. Ein relativ neues Instrument zur Steuerung des Mengenrisikos stellen sog. „Wetterderivate“ dar. Wetterderivate sind Finanzmarktprodukte, wie z.B. Forward-Kontrakte, Futures, Optionen oder Swaps, die sich auf Temperaturindices, Niederschlagsindices oder andere objektiv messbare Wettervariablen beziehen. Obwohl Wetterderivate gegenüber traditionellen Versicherungen Vorteile aufweisen, ist der Markt für diese Produkte in der Landwirtschaft noch relativ klein. Dies wird u.a. darauf zurückgeführt, dass es schwierig ist, Wetterderivate „korrekt“ zu bepreisen. In der Finanzderivatetheorie entwickelte präferenzfreie Bewertungsverfahren sind wegen der Nichthandelbarkeit des Wetters nicht oder nur eingeschränkt einsetzbar. In diesem Beitrag wird exemplarisch anhand eines Beispiels mit realen Daten die Anwendung verschiedener Verfahren zur Bewertung von Wetterderivaten verdeutlicht. Anschließend werden Schlussfolgerungen für die Eignung der verschiedenen Methoden bei unterschiedlichen Bewertungssituationen abgeleitet. Die hier behandelte Fragestellung ist nicht nur für Landwirte, sondern auch für potenzielle Anbieter von Wetterderivaten (also z.B. Versicherungen, Banken, die WTB Hannover usw.) relevant.

### Schlüsselwörter

Wetterderivate; Optionspreisbewertung; versicherungsmathematische Verfahren; kapitalmarkttheoretische Verfahren

### Abstract

The importance of weather as a production factor in agriculture is well established long time and a significant portion of yield fluctuations is caused by weather risks. Traditionally, farmers have tried to hedge against unfavorable weather using insurance, such as crop insurance. In recent years a new class of instruments, so called weather derivatives, have emerged. They allow to reduce weather based risks as well. Weather derivatives are financial market products such as forwards, futures, options and swaps, that have a weather component such as temperature or rainfall. Although weather derivatives have some advantages compared to traditional insurance, their trading volume is still rather small. One reason (among others) for why potential users hesitate to enter the market are the difficulties to determine a fair price for these products. Financial pricing methods such as the Black-Scholes formula cannot be directly applied since weather is not a tradable asset. In this article, various pricing methods are investigated and applied to actual weather data. One important finding is that there are considerable differences between the pricing methods. We identify the strengths and weaknesses of the pricing methods and give some recommendations for their application. Our results may be relevant not only for producers but also for potential sellers of weather derivatives.

### Key words

weather derivatives; option pricing; actuarial methods; financial methods

### 1. Einführung

In einem jüngst in der „Agrarwirtschaft“ erschienenen Beitrag werfen BERG et al. (2005) die Frage auf, inwieweit Wetterderivate, d.h. Finanzmarktprodukte, die dem Austausch von Wetterrisiken dienen, ein nützliches Instrument für das Risikomanagement in der Landwirtschaft darstellen. Diese Frage ist zweifellos relevant. Die Wetterabhängigkeit der landwirtschaftlichen Produktion weltweit ist offensichtlich. Für die westeuropäische Landwirtschaft im Besonderen haben die extremen Wetterereignisse der vergangenen Jahre die Bedeutung des Wetters verdeutlicht. Entsprechend ist der Ruf nach geeigneten Maßnahmen zur Risikominderung laut geworden (LEISINGER, 2003). Dabei ist zu beachten, dass sich Wetterderivate von traditionellen Instrumenten des Risikomanagements, insbesondere von Versicherungen, in verschiedener Hinsicht unterscheiden (ALATON et al., 2002, CAMPBELL und DIEBOLD, 2002).<sup>1</sup>

- Versicherungen dienen überwiegend der Abwehr von Schäden aus katastrophenhähnlichen Ereignissen (Überschwemmung, Hagel, Sturm, Blitz). Wetterderivate lassen sich so gestalten, dass Zahlungen auch bei weniger drastischen Ereignissen (z.B. unzureichende Niederschläge) ausgelöst werden.
- Um Versicherungsleistungen zu erhalten, muss der Versicherungsnehmer den entstandenen Schaden nachweisen. Bei Wetterderivaten werden Zahlungen automatisch bei Eintreten eines objektiv messbaren Ereignisses ausgelöst und weisen somit gegenüber klassischen Versicherungspolicen administrative Vorteile auf.
- Wetterderivate sind im Gegensatz zu Versicherungsverträgen nicht von der Moral-Hazard-Problematik betroffen.<sup>2</sup>
- Ein Markt für Wetterderivate erlaubt es, Unternehmen zusammenzuführen, für die sich entgegengesetzte Konsequenzen aus bestimmten Wetterereignissen ergeben. Durch den Abschluss eines entsprechenden Vertrages können die Risiken gegenseitig gehedgt werden.

<sup>1</sup> Der Übergang von Wetterderivaten zu Versicherungsprodukten ist fließend. Beispielsweise greifen auch sog. „Weather-Index-Based-Insurances“ im Gegensatz zu klassischen Versicherungsprodukten nicht nur bei witterungsbedingten Extremereignissen (MCCARTHY, 2003).

<sup>2</sup> In anekdotischer Form wird von dem Versuch des Verkäufers einer Niederschlagsoption berichtet, drohende Verluste durch die Erzeugung künstlichen Regens abzuwenden (CAMPBELL und DIEBOLD, 2002).

- Für Wetterderivate bilden sich Sekundärmärkte, die auch für institutionelle Investoren attraktive Anlagemöglichkeiten bieten können, da die dort gehandelten Risiken relativ schwach mit dem systematischen Risiko einer Volkswirtschaft korreliert sind.

Auch zu herkömmlichen Forward- und Futureskontrakten auf landwirtschaftliche Produkte bestehen Unterschiede, da diese der Reduzierung von Preisrisiken dienen, während Wetterderivate auf wetterbedingte Ertrags- und Absatzschwankungen, d.h. die mengenbezogene Erlöskomponente, abstellen. Insofern sind Commodity Futures und Wetterderivate als komplementäre Instrumente zu sehen.

Aus dem bislang Gesagten folgt nicht, dass die von BERG et al. (2005) gestellte Frage positiv zu beantworten ist, sondern nur, dass es sinnvoll erscheint, sie zu stellen. Sicher hängen die Einsatzmöglichkeiten von Wetterderivaten von den klimatischen Bedingungen einer Region und vom Produktionsprogramm des Betriebes ab. Eben diese zu erwartende Differenzierung macht es notwendig, einzelbetriebliche Wirkungsanalysen durchzuführen.

Der Beitrag verfolgt das Ziel, alternative Verfahrensweisen bei der einzelbetrieblichen Wirkungsanalyse zu beschreiben und die bestehenden Unterschiede zu verdeutlichen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Vergleich verschiedener Bewertungsverfahren. Die Auseinandersetzung mit Bewertungsverfahren für Wetterderivate ist nicht nur aus theoretischer Sicht interessant, da diese Produkte einige Besonderheiten aufweisen, die eine direkte Übertragung von Bewertungsmethoden für Finanzderivate erschwert. Vielmehr wird die Bereitstellung transparenter Verfahren zur Bepreisung als notwendige Voraussetzung für das Zustandekommen einer ausreichenden Liquidität auf den noch jungen Märkten für Wetterderivate angesehen (DISCHEL, 2002). Ziel dieses Beitrages ist es nicht, eine vollständige Wirkungsanalyse für bestimmte landwirtschaftliche Betriebe durchzuführen. Vielmehr soll eine Vorleistung für solche Untersuchungen zur Verfügung gestellt werden, indem verschiedene Bewertungsverfahren auf ihre Tauglichkeit unter unterschiedlichen Anwendungsvoraussetzungen untersucht werden. Es handelt sich quasi um eine Bewertung von Bewertungsverfahren. Die Kenntnis der Stärken und Schwächen der einzelnen Verfahren hilft potenziellen Anwendern, ihre Wirkungsanalysen sachgerecht zu gestalten.

Der Hauptteil des Beitrages besteht aus drei Abschnitten. In Abschnitt 2 wird zunächst kurz die Vorgehensweise einer einzelbetrieblichen Wirkungsanalyse von Wetterderivaten beschrieben. Auf eine Erläuterung der grundsätzlichen Wirkungsweise der verschiedenen Typen von Wetterderivaten wird unter Verweis auf den Beitrag von BERG et al. (2005) verzichtet. In Abschnitt 3 werden verschiedene Verfahren zur Bewertung von Wetterderivaten und zur Modellierung von Wetterindices vorgestellt, von denen einige in Abschnitt 4 aufgegriffen und in einem Beispiel mit realen Daten vergleichend gegenübergestellt werden. Anhand der Ergebnisse werden Schlussfolgerungen für die Eignung der verschiedenen Methoden gezogen.

## 2. Wirkungsanalysen von Wetterderivaten

Obwohl es erst sehr wenige praktische Anwendungen von Wetterderivaten im Agrarbereich gibt, finden sich in der Literatur bereits einige Arbeiten, die versuchen deren Anwendungspotenzial für die Landwirtschaft abzuschätzen (siehe Tabelle 1).

**Tabelle 1. Wirkungsanalysen von Wetterderivaten im Agrarbereich**

Autoren	Risiko	Region	Wettervariable	Derivat
CHEN et al. (2003)	Hitze stressbedingte Milchmengenverluste	Ohio	Hitzeindex (THI)	Call-Option
BERG et al. (2005)	Ertragsrisiko im Kartoffelanbau	Deutschland	Niederschlags-summe (Mai bis September)	Put + Call-Option
RICHARDS et al. (2004)	Ertragsrisiko in der Obstproduktion	Kalifornien	CDD, Niederschlagssumme	Call-Option
STOPPA / HESS (2003)	Ertragsrisiko im Weizenanbau	Marokko	saisongewichtete Niederschlagssummen	Put-Option
ASSELDONK / OUDE LANDSINK (2003)	Energiekostenrisiko im Gewächshaus	Niederlande	HDD	Swap
SCHMITZ / STARP (2004)	Energiekostenrisiko im Unterglasanbau	Westeuropa	LIFFE-Saisonindex	Put-Option
TURVEY (2001)	Allgemeines Niederschlagsrisiko	Ontario	Niederschlags-summe Juni + Juli	Put-Option

Quelle: eigene Darstellung

Im Allgemeinen zielen die einzelbetrieblichen Wirkungsanalysen für Wetterderivate darauf ab, zu erkennen, wie sich das Risikoprofil eines Betriebes oder eines Betriebszweiges durch die Nutzung (Kauf oder Verkauf) eines oder mehrerer Wetterderivate(s) verändert. Als Derivatentypen kommen Futures bzw. Forwards, Put- und Call-Optionen und Swaps in Frage, deren Auszahlungen zum Verfallszeitpunkt wie folgt definiert sind:

$$(1a) \quad V \cdot (X_\tau - X_0) \quad (\text{für Futures, long})$$

$$(1b) \quad V \cdot \max(X_\tau - K, 0) \quad (\text{für Call-Optionen})$$

$$(1c) \quad V \cdot \max(K - X_\tau, 0) \quad (\text{für Put-Optionen})$$

$$(1d) \quad V \cdot (X_\tau - K) \quad (\text{für Swaps})$$

$X_0$ ,  $X_\tau$  bezeichnen den Wetterindex am Bewertungszeitpunkt bzw. zum Fälligkeitszeitpunkt,  $K$  den Ausübungspreis (Strike-Preis) und  $V$  die Tick-Size.

Natürlich können mehrere Derivate miteinander kombiniert werden, was die Erzeugung nichtlinearer Auszahlungsströme erlaubt. Bei der Wirkungsanalyse sind zwei Situationen zu unterscheiden: Entweder man beschränkt sich auf die Analyse vorhandener Produkte, die bereits an Finanzmärkten gehandelt werden oder man löst sich von dieser Einschränkung und betrachtet Produkte, die es zwar noch nicht

gibt, die es aber geben könnte, beispielsweise auf dem OTC-Markt<sup>3</sup>. Die letztgenannte Betrachtung wird bei der Mehrzahl der Wirkungsanalysen im landwirtschaftlichen Kontext vorgezogen, da die relativ wenigen, aktuell verfügbaren Derivate den Anforderungen der meisten landwirtschaftlichen Unternehmen nur unzureichend entsprechen, in dem Sinne, dass ein hohes Basisrisiko verbleibt. Durch die Analyse fiktiver Instrumente entsteht ein zusätzlicher Freiheitsgrad in Gestalt einer Designaufgabe. Die verschiedenen Kontraktparameter des Wetterderivats (z.B. der Wetterindex oder die Tick-Size) können so gewählt werden, dass das Risikoprofil des Agrarbetriebs bestmöglich beeinflusst wird. Dieser Weg wird beispielsweise von BERG et al. (2005) beschritten.

Eine Wirkungsanalyse setzt natürlich die Definition und die Modellierung eines Wetterindex voraus. Der Phantasie sind hier kaum Grenzen gesetzt, die größte Bedeutung für die Landwirtschaft dürften aber voraussichtlich niederschlagsbezogene Indices haben (z.B. Niederschlagssumme innerhalb einer bestimmten Kumulationsperiode). Demgegenüber dominieren temperaturbezogene Indices derweil den weltweiten Handel, der durch Energieunternehmen getragen wird. Zu nennen sind hier der Heating-Degree-Day-Index (HDD), der Cooling-Degree-Day-Index (CDD) und der Cumulative-Average-Temperature-Index (CAT), die auch in dem empirischen Beispiel in Abschnitt 4 verwendet werden:

Der HDD ist der akkumulierte Wert der positiven Differenz zwischen einer Referenztemperatur  $R$  (meist 18 Grad Celsius bzw. 65 Grad Fahrenheit) und der Tagesdurchschnittstemperatur  $T$  innerhalb einer Kumulationsperiode  $[t_A, t_E]$ :

$$(2) \quad HDD = \sum_{t=t_A}^{t_E} \max(R - T_t, 0)$$

Futures und Optionen auf den HDD werden im Winter gehandelt. Der im Sommer gehandelte CDD ist ganz analog definiert, mit dem Unterschied, dass die positiven Überschreitungen der Referenztemperatur kumuliert werden.

$$(3) \quad CDD = \sum_{t=t_A}^{t_E} \max(T_t - R, 0)$$

Für in Europa gelegene Städte wird anstelle des CDD- der CAT-Index an der CME (Chicago Mercantile Exchange) und der LIFFE (London International Financial Futures & Option Exchange) verwendet, der die Summe der Tagesdurchschnittstemperaturen innerhalb der Akkumulationsperiode misst:

$$(4) \quad CAT = \sum_{t=t_A}^{t_E} T_t$$

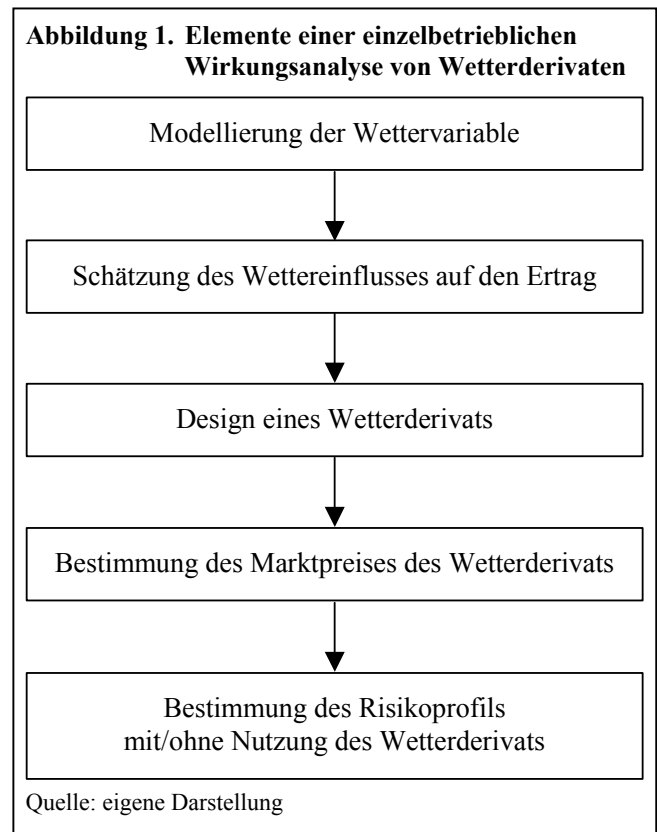
Ein weiteres wesentliches Element der Wirkungsanalyse ist die Schätzung des Zusammenhangs zwischen dem betrachteten Wetterindex und den Erlösen bzw. Kosten der landwirtschaftlichen Produktion. Vielfach wird der Einfachheit halber von konstanten Preisen ausgegangen, so dass die Beziehung zwischen dem Wetterindex und dem physischen Ertrag bzw. dem Faktoraufwand zu schätzen ist. Dies kann

auf einfachste Weise durch die Berechnung von Korrelationen oder etwas aufwändiger durch die Schätzung mehrfaktorieller Produktionsfunktionen erfolgen. In solchen Produktionsfunktionen ist der Wettereinfluss nicht, wie sonst üblich, Teil des Störterms, sondern ein (nicht kontrollierbarer) Produktionsfaktor. Aus den Ergebnissen können sich Rückkoppelungen für die o.a. Designaufgabe ergeben, denn gesucht werden natürlich Wettervariablen, die mit dem Ertrag bzw. Aufwand hoch korreliert sind.

Weiterhin muss für den Wetterindex eine statistische Verteilung am Fälligkeitstermin geschätzt werden, um die Verteilung der Rückflüsse des Wetterderivats prognostizieren zu können. Alternativen, um dies zu tun, werden in Abschnitt 3.3 diskutiert. Schließlich, und darauf liegt das Augenmerk in diesem Beitrag, müssen die Kosten für den Erwerb des Derivats ermittelt werden, analog zu der Prämie einer Versicherung. In Frage kommende Verfahren werden in den Abschnitten 3.1 und 3.2 vorgestellt.

Die zuvor genannten Elemente werden letztlich in einer Risikoanalyse zusammengeführt. Dabei werden meist mit Hilfe stochastischer Simulation Verteilungsfunktionen für betriebliche Kennzahlen (Netto-Erlöse, Deckungs- oder Gewinnbeiträge) generiert. Häufig wird dabei nur ein Produkt betrachtet, eine gesamtbetriebliche Betrachtung unter Einbeziehung weiterer Risikoquellen ist aber denkbar und erscheint angesichts von Diversifikationseffekten auch sinnvoll. Die Risikoprofile werden in Form eines Ohne-Mit-Vergleichs gegenübergestellt, und anhand einschlägiger Kriterien (Varianz, Value-at-Risk, Stochastische Dominanz) kann überprüft werden, ob durch den Erwerb des Derivats eine Verbesserung für das Unternehmen zu erreichen ist. Abb. 1 fasst noch einmal die Schrittfolge einer Wirkungsanalyse für Wetterderivate zusammen.

**Abbildung 1. Elemente einer einzelbetrieblichen Wirkungsanalyse von Wetterderivaten**



<sup>3</sup> Zur Unterscheidung von börsengehandelten Wetterderivaten und Over-the-Counter (OTC)-Produkten vgl. BERG et al. (2005).

### 3. Bewertung von Wetterderivaten

Im vorangegangenen Abschnitt wurde dargelegt, dass der Vorteil eines Wetterderivats als Instrument zur Risikoabsicherung durch den Preis, den der Käufer dafür entrichten muss, mit bestimmt wird. Eine Veränderung des Preises des Wetterderivats führt zu einer Parallelverschiebung des Risikoprofils. Daher soll nun der Frage nach der „richtigen“ Bepreisung von Wetterderivaten nachgegangen werden. Für die Bewertung können verschiedene Methoden herangezogen werden, die sich sowohl in der theoretischen Fundierung als auch in ihrer praktischen Implementierung unterscheiden. Tabelle 2 versucht, die dabei relevanten Unterscheidungsmerkmale zu strukturieren, wobei anzumerken ist, dass nicht alle Ausprägungen miteinander kombinierbar sind.

**Tabelle 2. Unterscheidungsmerkmale von Bewertungsverfahren für Wetterderivate**

Merkmal	Mögliche Ausprägung		
	Versicherungsmathematische Modelle		Kapitalmarkttheoretische Modelle
Modelltyp			No-Arbitrage-Modelle / Gleichgewichtsmodelle
Berücksichtigung der Risikoeinstellung	Keine	präferenzunabhängige Bewertung (Risk-Neutral-Valuation)	Risikoaversion
Gegenstand der Modellierung	Verteilung des Wetterindexes zum Fälligkeitszeitpunkt		stochastischer Prozess
			des Wetterindexes / der Wettervariable
Art der Verteilung	parametrisch		nicht parametrisch („historische Simulation“)
Art der Lösung	analytisch		Simulation

Quelle: eigene Darstellung

Kontrakte, die den Austausch von Risiken zum Gegenstand haben und deren Auszahlung von unsicheren Zustandsvariablen, wie z.B. Aktienkursen, Kartoffelpreisen, dem Auftreten eines Erdbebens oder der Niederschlagsmenge abhängt, werden als „Contingent Claims“ bezeichnet. Eine Bewertung solcher Kontrakte kann auf der Grundlage von zwei Theoriegebäuden erfolgen, erstens, versicherungsmathematischen Ansätzen (Actuarial Methods) und zweitens, kapitalmarkttheoretischen Modellen (Financial Pricing, Contingent-Claim-Analyse). Versicherungsmathematische Modelle leiten Prämien für Derivate aus den zu erwartenden Rückflüssen zuzüglich von Prämien für die Risikoübernahme und Transaktionskosten ab. Kapitalmarkttheoretische Modelle gehen meist von Gleichgewichtsüberlegungen aus und versuchen die Preise für Derivate so zu bestimmen, dass Arbitragefreiheit gegeben ist. Dabei müssen in der Regel vollkommene und vollständige Kapitalmärkte unterstellt werden. Interessanterweise haben sich beide Theorien bislang weitgehend unabhängig voneinander entwickelt, obwohl sie zum Teil ähnliche Zielsetzungen haben. Erst in jüngster Zeit wird auf Zusammenhänge hingewiesen (EM-BRECHTS, 2000).

Hinsichtlich der Lösbarkeit können die Bewertungsverfahren dahingehend unterschieden werden, ob sie zu einer geschlossenen analytischen Form führen oder nicht. Analyti-

sche Verfahren sind einfacher anzuwenden, erfordern aber restriktive Annahmen (z.B. dass die Wettervariable einem geometrischen Brown'schen Prozess (GBP) folgt). Ist eine geschlossene Lösung nicht möglich, kann der Wert des Derivates mittels stochastischer Simulation hinreichend genau ermittelt werden. Die stochastische Simulation ist aufwändig, erlaubt aber auch die Bewertung komplexer Derivate (siehe z.B. MUBHOFF und HIRSCHAUER, 2003). Im Folgenden sollen die wichtigsten Modelle kurz erläutert werden.

#### 3.1 Versicherungsmathematische Modelle

Versicherungsmathematische Modelle basieren auf der Entscheidungstheorie. Von besonderer Bedeutung ist der sog. „faire Preis“  $\tilde{F}_0$ , der dem Erwartungswert der Schadensverteilung entspricht:

$$(5) \quad \tilde{F}_0 = e^{-r\tau} E(D_\tau)$$

Darin bezeichnet  $D_\tau$  den unsicheren Schaden bzw. die Rückflüsse aus dem Kontrakt,  $e^{-r\tau}$  einen Diskontierungsfaktor mit stetiger Verzinsung und  $r$  den risikolosen Zinssatz. (5) setzt Risikoneutralität voraus, im relevanten Fall der Risikoaversion gilt dagegen:

$$(6) \quad F_0 = \tilde{F}_0 + \pi, \quad \pi > 0$$

Darin bezeichnet  $\pi$  eine Risikoprämie, die der Käufer des Kontrakts bereit ist für die Risikoüberwälzung zu zahlen. Sofern diese Prämie größer ist als die vom Verkäufer geforderte Prämie, kommt ein Vertrag zustande. Obwohl der faire Preis in der Regel kein Gleichgewichtspreis ist, findet (5) vielfach Anwendung bei der Bewertung von Wetterderivaten. In Abschnitt 4.3 kommen wir auf den fairen Preis zurück und erläutern eine mögliche Umsetzung von (5) im Rahmen der sog. Burn-Rate-Methode.

#### 3.2 Kapitalmarkttheoretische Modelle

Ein zentrales Ergebnis der Contingent-Claim-Analyse, das auf COX et al. (1985) zurückgeht, stellt die sog. fundamentale Bewertungsgleichung (Fundamental Valuation Equation) dar. Dabei handelt es sich um eine partielle Differentialgleichung (PDF), die für jedes Derivat gilt, dessen Wert von einer stochastischen Zustandsvariablen  $X$  (z.B. einem Wetterindex oder einem Aktienkurs) abhängt. Angenommen, die Zustandsvariable  $X$  (synonym Bezugsobjekt, Underlying, Asset) entwickelt sich gemäß folgendem stochastischen Prozess

$$(7) \quad dX = X m dt + X s dz$$

(7) ist ein GBP mit Driftrate  $m$  und Volatilität  $s$ .  $dz$  kennzeichnet einen Wiener Prozess. Dann lautet die fundamentale Bewertungsgleichung, die der Preis  $F(X, t)$  eines Derivates (z.B. einer Option oder eines Futures auf  $X$ ) erfüllen muss:

$$(8) \quad \frac{\partial F}{\partial t} + X \frac{\partial F}{\partial X} (m - \lambda s) + \frac{1}{2} s^2 X^2 \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} = rF$$

Dabei bezeichnen  $r$  den risikolosen Zinssatz und  $\lambda$  den Marktpreis des Risikos, das  $X$  innewohnt. (Zur Herleitung

von (8) siehe z.B. HULL, 2000: 498ff.) Um die PDF (8) lösen zu können, werden Randbedingungen benötigt, die sich aus der Auszahlung des Derivats zum Verfallszeitpunkt  $\tau$  ergeben. Für eine Call-Option ist diese Bedingung durch Formel (1b) gegeben. Alternativ kann der Preis eines (Wetter)Derivats mittels risikoneutraler Bewertung (Risk Neutral Valuation) bestimmt werden. Die allgemeine Bewertungsformel lautet (NEFTCI, 1996):

$$(9) \quad F_0 = e^{-r\tau} \hat{E}(D_\tau)$$

$\hat{E}$  deutet an, dass bei der Erwartungswertberechnung das Prinzip der risikoneutralen Bewertung zur Anwendung kommt.

Obwohl (8) und (9) eine unterschiedliche Struktur aufweisen, sind beide Bewertungsansätze inhaltlich äquivalent und führen daher (bei Gültigkeit von (7)) zum selben Preis für das Derivat. (Zum Beweis der Äquivalenz siehe z.B. NEFTCI, 1996: 310ff. oder COX et al., 1985, Lemma 4.) Dieser Preis erfüllt die grundlegende Eigenschaft der Arbitragefreiheit. Deswegen werden Bewertungsansätze, die auf (8) oder (9) basieren, auch als No-Arbitrage-Modelle bezeichnet. Demgegenüber haben (5) und (9) dieselbe Struktur, denn in beiden Fällen wird der gegenwärtige Preis eines Derivates als diskontierter Erwartungswert seiner Rückflüsse zum Ausübungszeitpunkt bestimmt. Dennoch führen sie in der Regel nicht zum selben Preis. Der Grund liegt darin, dass für die Erwartungswertbildung unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen verwendet werden. Im Gegensatz zu (5) wird in (9) nicht die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsverteilung des Underlyings verwendet, sondern ein „risikoneutrales“ Wahrscheinlichkeitsmaß. Dieser Maßwechsel bewirkt, dass die Driftrate des stochastischen Prozesses des Underlyings um einen Risikoabschlag  $s\lambda$  vermindert wird. Das bedeutet, dass nicht der Erwartungswert der tatsächlichen Rückflüsse des Derivats bestimmt wird, sondern ihr Sicherheitsäquivalent ( $\hat{E}$  statt  $E$ ). Deshalb ist es konsistent, den risikolosen Zinssatz zur Diskontierung zu verwenden.

Der Bewertungsansatz (9) hat gegenüber (8) den Vorteil, dass sich eine Operationalisierung leichter erschließt. So kann der Erwartungswert in (9) einfach und hinreichend genau mittels stochastischer Simulation berechnet werden. Ein großer Vorteil besteht weiterhin darin, dass bei Anwendung von stochastischer Simulation der Erwartungswert praktisch für jeden beliebigen stochastischen Prozess berechnet werden kann, während die Lösung der PDF (8) für andere stochastische Prozesse als (7) sehr kompliziert wird. Wegen der inhaltlichen Äquivalenz ist aber in beiden Ansätzen ein identisches konzeptionelles Problem zu lösen und zwar die Bestimmung des Parameters  $\lambda$ , des Marktpreises für Risiko. Hierbei sind drei Situationen zu unterscheiden:

- a)  $X$  ist ein gehandeltes Asset, z.B. eine Aktie. In diesem Fall ist  $\lambda$  leicht zu bestimmen, denn es gilt (HULL, 2000: 500):  $(m - r) / s = \lambda$ . Setzt man diese Beziehung in (8) ein, reduziert sich der zweite Term der PDF zu  $rX \frac{\partial F}{\partial X}$ . Die risikoneutrale Driftrate ist der risikolose Zinssatz, und eine explizite Schätzung von  $\lambda$  entfällt. Für eine Call-Option ist die Lösung dieser PDF durch

die bekannte Black-Scholes-Bewertungsgleichung gegeben (BLACK und SCHOLES, 1973):

$$(10) \quad F_0^{call} = c = X_0 N(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2) \text{ mit} \\ d_1 = (\ln(X_0 / K) + (r + s^2 / 2)\tau) / s\sqrt{\tau} \text{ und} \\ d_2 = d_1 - s\sqrt{\tau}$$

Darin bezeichnet  $N(\cdot)$  die Standardnormalverteilung. Dieser Fall ist leider für die Bewertung von Wetterderivaten praktisch irrelevant, da Wettervariablen nicht handelbar sind: „You can't buy a sunny day“.

- b) Es werden Futures-Kontrakte für das Underlying gehandelt. Diese Situation ist für einige Wetterindices (z.B. Degree-Day-Indices) und für einige größere Städte gegeben. In diesem Fall kann Black's Bewertungsformel für Optionen auf Futures angewendet werden (BLACK, 1976):

$$(11) \quad c = e^{-r\tau} (f_0 N(d_1) - KN(d_2)) \text{ mit} \\ d_1 = (\ln(f_0 / K) + s^2 \tau / 2) / s\sqrt{\tau} \text{ und} \\ d_2 = d_1 - s\sqrt{\tau}$$

$f_0$  bezeichnet die Notierung des Futures zum Zeitpunkt 0.

- c) Weder das Underlying selbst, noch Futures auf das Underlying werden gehandelt. Diese Situation trifft im Gegensatz zu Finanzderivaten für die meisten Wetterderivate zu. Die Lösung der PDF für eine Call-Option lautet dann (HULL, 2000: 275)<sup>4</sup>:

$$(12) \quad c = X_0 e^{-q\tau} N(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2) \text{ mit} \\ d_1 = \left[ \frac{\ln(X_0 / K) + \left( (r - q) + \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau}{\sigma \sqrt{\tau}} \right] \text{ und} \\ d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{\tau} \text{ und } q = r - (m - \lambda s)$$

In der Literatur werden verschiedene Vorschläge gemacht, um den Marktpreis des Wetterrisikos in diesem Fall zu bestimmen.

- aa) TURVEY (2002) bezieht sich auf das Capital Asset Pricing Modell und definiert den Marktpreis für Wetterrisiko als

$$(13) \quad \lambda = \frac{r_m - r}{\sigma_m} \beta$$

mit  $r_m$  und  $\sigma_m$  als erwartete Rendite bzw. Volatilität eines Marktportfolios.  $\beta$  misst den Zusammenhang von Wetterrisiken und Kapitalmarktrisiken. TURVEY unterstellt, dass beide unkorreliert sind, d.h. ein „Wetterbeta“ von Null vorliegt. Dies impliziert ein  $\lambda$  von Null. Nimmt man weiterhin eine Driftrate des Wetterindex von Null an, ergibt sich wiederum die Bewertungsformel (11) von BLACK (1976) für Optionen auf Futures. Die Annahme eines Marktpreises für Wetterrisiken von

<sup>4</sup> Ein weiterer Ansatz zur Bewertung optionsähnlicher Derivate, der keine Handelbarkeit des Underlying bzw. Replizierbarkeit voraussetzt, wird von CHAMBERS and QUIGGIN (2004) vorgeschlagen.

Null wird von RICHARDS et al. (2004) allerdings mit dem Hinweis kritisiert, dass zwar der Kapitalmarkt nicht das Wetter beeinflusst, mit Blick auf die Wetterabhängigkeit vieler Branchen der Volkswirtschaft eine umgekehrte Beeinflussung aber durchaus stattfindet.

- bb) ALATON et al. (2002) greifen auf Preise für bereits gehandelte Wetterderivate zurück. Die Bewertungsformeln (8) bzw. (9) werden mit Hilfe des Parameters  $\lambda$  so kalibriert, dass die berechneten Preise mit den in der Realität beobachteten Preisen für das Wetterderivat übereinstimmen. Dieses Vorgehen entspricht dem Konzept der impliziten Volatilität, hier bezogen auf die risikoneutrale Driftrate  $m - \lambda s$ .
- cc) CAO und WEI (1999) wählen – LUCAS (1978) folgend – ein sog. Gleichgewichtsmodell zur Preisbestimmung von Wetterderivaten, das auf einer intertemporalen Nutzenmaximierung basiert. Die Bewertung erfolgt hierbei nicht präferenzunabhängig, sondern erfasst explizit die Risikoeinstellung der Wirtschaftssubjekte durch eine Nutzenfunktion. Das bedeutet, dass der Marktpreis für das Wetterrisiko hier für die Preisbestimmung des Derivats nicht bekannt sein muss; er wird vielmehr endogen aus der Risikopräferenz der Investoren abgeleitet. Im Folgenden soll dieser Ansatz kurz skizziert werden. Betrachtet wird ein repräsentatives Wirtschaftssubjekt das den erwarteten Nutzen aus dem über künftige Perioden aggregierten Einkommen (bzw. den damit möglichen Konsum) maximieren möchte:

$$(14) \quad E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} u(b_t, t) \right] \rightarrow \max$$

Darin ist  $u(b_t, t)$  eine konkave, vom (stochastischen) Einkommen  $b_t$  abhängige Nutzenfunktion in Periode  $t$ . Aus den Optimalitätsbedingungen (Euler-Gleichungen) für das dynamische Optimierungsproblem (14) lässt sich der Preis eines Derivates  $F$  mit einer Auszahlung  $D_\tau$  zum Zeitpunkt  $\tau$  durch folgende Gleichung bestimmen (vgl. CAO und WEI, 1999: 6):

$$(15) \quad F_0 = E \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial b_\tau} / \frac{\partial u}{\partial b_0} \right) D_\tau \right]$$

(15) hat insofern Ähnlichkeit mit (5) und (9) als der Wert eines Derivats als Erwartungswert seiner Rückflüsse bestimmt wird. Die Spezifik im Vergleich zu den vorgenannten Methoden besteht darin, dass einerseits der Erwartungswert anhand der tatsächlichen (und nicht der risikoneutralen) Wahrscheinlichkeiten gebildet wird und andererseits anstelle des risikolosen Zinssatzes (9) ein stochastischer Diskontierungsfaktor  $\frac{\partial u}{\partial b_\tau} / \frac{\partial u}{\partial b_0}$  ver-

wendet wird. Um (15) für die Bewertung von Wetterderivaten zu nutzen, ist die Annahme einer speziellen Nutzenfunktion notwendig. DAVIS (2001) zeigt einen engen Zusammenhang zwischen No-Arbitrage- und Gleichgewichtsmodellen auf. Unterstellt man eine logarithmische Risikonutzenfunktion für die Entscheider und einen GBP (7) für den Wetterindex, lässt sich (15) in ein Black-Scholes-Modell überführen, bei dem der risikolose Zinssatz  $r$  durch  $m - s^2$  ersetzt wird.

### 3.3 Modellierung und Schätzung des Wetterindex

Aus den vorgestellten Bewertungsformeln wird deutlich, dass die statistische Modellierung und Schätzung des betrachteten Wetterindex wesentlichen Einfluss auf die Bewertung von Wetterderivaten haben, da sie den Erwartungswert und die Streuung des Wetterindex zum Fälligkeitszeitpunkt determinieren. Hierbei ist zu unterscheiden zwischen Ansätzen, die unmittelbar die Verteilung des Wetterindex am Verfallstag betrachten und schätzen (z.B. BERG et al., 2005) und Modellen, die die zeitliche Entwicklung des Wetterindex oder der zugrundeliegenden Wettervariablen mit Hilfe eines stochastischen Prozesses abbilden. Diese Verfahren werden auch als „Index Value Simulation“ bzw. „Daily Simulation“ bezeichnet. SCHIRM (2001) weist darauf hin, dass beide Methoden im Prinzip äquivalent sind, denn letztlich dient der stochastische Prozess auch dazu, die Verteilung der Rückflüsse des Wetterderivats zum Zeitpunkt  $\tau$  zu bestimmen; allerdings hängen die Parameter der Verteilung des Wetterindex zum Ausübungszeitpunkt von der Länge und der Jahreszeit der Akkumulationsperiode ab. Das bedeutet, dass im Rahmen der Index Value Simulation jede Bewertung unterschiedlicher Transaktionen eine separate Schätzung der Verteilung erfordert. Demgegenüber muss bei Anwendung der Daily Simulation nur einmal ein stochastischer Prozess geschätzt werden. Ein weiteres Argument für die Durchführung einer Daily Simulation ist der Umfang der Datenbasis und die damit einhergehende Schätzgenauigkeit (BRIX et al., 2002). Liegt beispielsweise eine 10jährige Datenreihe täglicher Durchschnittstemperaturen vor, so stehen 3 650 Beobachtungswerte zur Schätzung des stochastischen Prozesses der Tagestemperatur zur Verfügung, dagegen nur 10 zur Schätzung der Verteilung eines HDD oder CDD. Der Nachteil der Daily Simulation besteht in ihrem hohen Aufwand zur Schätzung der teilweise komplizierten Prozesse. Nachstehend sollen beide Verfahren kurz erläutert werden.

#### a) Schätzung der Verteilung zum Verfallszeitpunkt

Es ist zu unterscheiden zwischen parametrischen und verteilungsfreien Verfahren. Parametrische Verfahren implizieren die Auswahl einer bestimmten Verteilungsform. Für viele Wettervariablen dürfte eine Normalverteilung plausibel sein, wenn die Laufzeit ausreichend lang ist (Zentraler Grenzwertsatz). Für kurze Kumulationsperioden kommen auch andere Verteilungen in Frage. Beispielsweise schätzen BERG et al. (2005) eine Dreiecksverteilung für die Niederschlagssumme von Mai bis September. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass bestimmte Indices keine negativen Werte annehmen können (z.B. CDD, HDD), was durch eine Lognormalverteilung sichergestellt werden kann. Ein Beispiel für die Anwendung eines verteilungsfreien Verfahrens ist die sog. Burn-Rate-Methode. Sie basiert auf dem typischen versicherungsmathematischen Vorgehen, bei dem der aus historischen Daten berechnete Mittelwert der Auszahlungen für das Wetterderivat die Grundlage für die Bestimmung eines „fairen“ Preises bildet. Das Verfahren kann als eine spezielle Umsetzung der Bewertungsformel (5) verstanden werden. Der mittels Burn-Rate-Methode berechnete Preis beantwortet die Frage: „Was wäre zu zahlen gewesen, wenn man den Kontrakt in der Vergangenheit verkauft hätte?“. Die praktische Berechnung umfasst

folgende Schritte:

- Auswahl einer geeigneten Zeitreihe historischer Wetterdaten
- ggf. Bereinigung der Daten
- Berechnung des Wetterindex
- Berechnung des hypothetischen Pay-offs für jede Periode
- Berechnung des durchschnittlichen Pay-offs
- Diskontierung auf den Bewertungszeitpunkt

Die Methode weist gewisse Ähnlichkeit mit der historischen Simulation auf, wie sie in der Value-at-Risk-Berechnung verwendet wird. Aufgrund ihrer Einfachheit wird diese Methode vielfach von Anbietern von Wetterderivaten verwendet. TURVEY (2001) sowie CAO et al. (2003) zeigen allerdings, dass die mittels Burn-Rate-Methode ermittelten Preise sehr ungenau sein können. Dies ist auf folgende Gründe zurückzuführen (vgl. NELKEN, 2000):

- Die Länge der Datenreihe ist zu kurz, um die theoretische Verteilung gut zu approximieren.
- Die Wetterdaten können Trends aufweisen.
- Der ermittelte Preis des Wetterderivates ist unabhängig von der aktuellen Ausprägung der Wettervariablen zum Bewertungszeitpunkt.
- Es können keine neuen Informationen in die Bewertung einfließen, somit ist auch eine Fortschreibung des Wertes nicht möglich, was einen Handel während der Laufzeit des Wetterderivates erschwert.
- Es fehlt die Möglichkeit, die Risikoeinstellung der Marktteilnehmer konsistent zu berücksichtigen. Dies schlägt sich konkret in einer ad-hoc-Annahme bezüglich des Diskontierungsfaktors für die Pay-offs des Derivats zum Verfallsdatum nieder.

Diese Kritikpunkte schließen jedoch nicht aus, dass die Burn-Rate-Methode in bestimmten Situationen eine praktikable Lösung darstellt.

#### b) Stochastische Prozesse

Bei der Spezifikation der stochastischen Prozesse für Wettervariablen sind im Vergleich zu Finanzderivaten einige Besonderheiten zu berücksichtigen. Der Verlauf der Variablen „Tagesdurchschnittstemperatur“ ist beispielsweise gekennzeichnet durch:

- Saisonabhängigkeit. Die Tagesdurchschnittstemperaturen folgen über die Jahre hinweg einem sinusförmigen Verlauf.
- Autokorrelation, d.h. einem überdurchschnittlich warmen Tag folgt wiederum ein warmer.
- Mean-Reversion, d.h. es besteht eine Tendenz zur Rückkehr zum langjährigen Temperaturmittelwert.
- Zeitveränderliche Varianz. Im Winter sind die Temperaturschwankungen größer als im Sommer

RICHARDS et al. (2004) untersuchen verschiedene Diffusions- und Jump-Prozesse und kombinieren diese mit ARCH-Modellen. Weitere Vorschläge für die Modellierung von Tagesdurchschnittstemperaturen finden sich bei CAMPBELL und DIEBOLD (2002).

In Bezug auf Niederschlag tritt das Problem auf, dass dieser lokal sehr große Unterschiede aufweist. Insofern scheint es

erforderlich, auf mehrere Messstationen in einer Region zurückzugreifen. Zur Schätzung von Niederschlagsverteilungen unterscheidet MORENO (2002) zwischen der Niederschlagswahrscheinlichkeit und der Niederschlagsintensität. Die Niederschlagswahrscheinlichkeit wird durch eine Binomialverteilung mit zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten approximiert, um der beobachteten Autokorrelation beim zeitlichen Auftreten des Ereignisses „Regen“ Rechnung zu tragen.

Aus diesen Besonderheiten der Wettervariablen folgt allerdings nicht zwangsläufig, dass für den daraus abgeleiteten (und für die Bewertung letztlich relevanten) Wetterindex (z.B. HDD, CAT, Niederschlagssumme) nicht auch einfache stochastische Prozesse adäquat sein können. So zeigt z.B. DAVIS (2001) anhand empirischer Daten für Birmingham (GB), dass der HDD sehr gut durch eine Lognormalverteilung approximiert und für seine zeitliche Entwicklung folglich ein GBP (7) unterstellt werden kann.

## 4. Vergleich der Bewertungsverfahren anhand numerischer Beispiele

Die Ausführungen in Abschnitt 3 haben deutlich gemacht, dass eine Vielzahl von Methoden zur Bewertung von Wetterderivaten existiert, die sich in ihrer theoretischen Fundierung und ihrer Umsetzung unterscheiden. Unklar ist indes, wie stark sich diese Unterschiede in praktischen Anwendungen bemerkbar machen. Ist die Diskussion um die Auswahl eines geeigneten Bewertungsverfahrens eine akademische oder hat sie praxisrelevante Auswirkungen? Um diese Frage zu beantworten, sollen einige der im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Verfahren vergleichend gegenübergestellt werden. Der Vergleich erfolgt im Rahmen eines Beispiels mit realen Daten, wobei für die Auswahl des Beispiels vor allem die Datenverfügbarkeit und weniger die Breite des Einsatzbereichs ausschlaggebend war.

### 4.1 Beschreibung des zu bewertenden Wetterderivats und der Datengrundlage

SCHMITZ und STARP (2004) folgend wird ein gartenbaulicher Betrieb betrachtet, der eine ganzjährige Unterglasproduktion von Zierpflanzen betreibt. Die Energiekosten, die eine wesentliche Kostenkomponente in der Gewächshausproduktion darstellen, sind in starkem Maße von der Außentemperatur abhängig. Mit einer Call-Option auf einen Temperaturindex könnte sich der Betrieb zumindest teilweise gegen die negativen Auswirkungen sehr niedriger Außentemperaturen in den Monaten November bis März absichern.<sup>5</sup> Die Kontraktspezifikation für dieses Derivat, wie es an der CME in Chicago gehandelt wird, lautet folgendermaßen:

- Bezugsobjekt ist der HDD-Index.
- Die Kumulationsperiode erstreckt sich über den Zeit-

<sup>5</sup> Eine nähere Spezifikation des Betriebes und eine Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Temperatur und den Energiekosten ist in diesem Beitrag nicht erforderlich, da keine vollständige Wirkungsanalyse angestrebt wird und diese Informationen für die betrachteten Bewertungsverfahren nicht relevant sind. Der Bezug zu dem Gartenbaubetrieb dient vornehmlich der Motivation temperaturbezogener Wetterindices.

raum vom 01. November 2004 bis zum 31. März 2005 (5 Monate).

- Der Bewertungszeitpunkt sei der 01. Juli 2004, d.h. die Laufzeit der Option beträgt 9 Monate.
- Die Tick-Size beläuft sich auf 20 €.
- Der Strike-Preis entspricht 46 820 € (= 2 341 HDD x 20 €).<sup>6</sup>
- Der risikolose Zinssatz wird mit 5 % angenommen.

Darüber hinaus wird eine Call-Option auf einen CAT-Index bewertet. Die Auswahl dieses Index ist weniger durch sein Anwendungspotenzial in dem oben beschriebenen Gartenbaubetrieb motiviert, sondern durch den Wunsch, ein Derivat zu bewerten, bei dem die Prämissen für die Verwendung der analytischen Bewertungsverfahren nicht oder weniger gut erfüllt sind. Wie bereits erwähnt, setzen die auf der Black-Scholes-Bewertungsformel basierenden Verfahren eine Lognormalverteilung für das Underlying voraus. Während diese Annahme für einen HDD- oder CDD-Index plausibel erscheint, ist für einen CAT-Index eher von einer Normalverteilung auszugehen. Die Call-Option auf den CAT-Index ist wie folgt spezifiziert:

- Bezugsobjekt ist der CAT-Index.
- Die Kumulationsperiode erstreckt sich über den Zeitraum vom 01. Mai 2005 bis zum 30. September 2005 (5 Monate).
- Der Bewertungszeitpunkt sei der 01. Januar 2005, d.h. die Laufzeit der Option beträgt 9 Monate.
- Die Tick-Size beläuft sich auf 20 € und
- der Strike-Preis entspricht 51 320 € (= 2 566 CAT x 20 €).
- Der risikolose Zinssatz wird auch hier mit 5 % angenommen.

Für die Berechnung des HDD- und des CAT-Index werden Temperaturdaten der Wetterstation Berlin-Tempelhof verwendet.<sup>7</sup> Dabei handelt es sich um durchschnittliche Tagestemperaturen über einen Zeitraum vom 01. Januar 1980 bis zum 30. Juni 2004. In Abb. 2 sind der HDD-Index und der CAT-Index für Berlin-Tempelhof grafisch veranschaulicht.

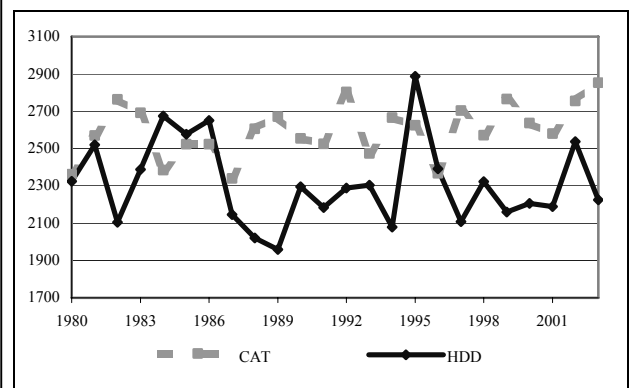
## 4.2 Schätzung der Verteilung der Temperatur und des Wetterindex

Im Folgenden wird ein Modell zur Abbildung der Tagesdurchschnittstemperaturentwicklung für die gewählte Messstation Berlin-Tempelhof geschätzt. Dieses Modell wird benötigt, um den Derivatpreis mit Hilfe der Daily-Simu-

<sup>6</sup> Der Strike-Preis für ein Wetterderivat wird üblicherweise ausgehend vom empirischen Erwartungswert des Underlying definiert. Beispielsweise an der CME entspricht der Strike-Preis dem empirischen Erwartungswert oder dem empirischen Erwartungswert plus/minus einem bestimmten absoluten Wert. In diesem Beitrag wird ein Strike-Preis in Höhe des empirischen Erwartungswertes gewählt.

<sup>7</sup> Der HDD und der CAT werden speziell für Berlin nicht an der CME gehandelt. Zur Implementierung der Bewertungsverfahren, die Futures- oder Optionspreisnotierungen benötigen, wird ersatzweise auf die Notierungen für London zurückgegriffen.

Abbildung 2. HDD und CAT für die Messstation Berlin-Tempelhof



Quelle: eigene Darstellung

lation zu bestimmen. Die Modellierung von Temperaturdaten ist in der Literatur bereits ausführlich diskutiert worden. CAO und WEI (1999) und ALATON et. al (2002) schlagen folgendes Modell vor, das die oben angesprochenen Charakteristika des Verlaufs von Tagesdurchschnittstemperaturen berücksichtigt und das hier verwendet werden soll (vgl. auch SCHMITZ und STARP, 2004):

$$T_t = \bar{T}_t + U_t, \quad t = 1, 2, \dots \text{ mit}$$

$$\bar{T}_t = a_1 + a_2 t + a_3 \sin(2\pi t/365 + \phi)$$

$$U_t = \sum_{i=1}^k \rho_{i-1} U_{t-i} + \sigma_t \xi_t, \quad \xi_t \sim i.i.d. N(0,1)$$

$$\sigma_t = \sigma_0 - \sigma_1 |\sin(\pi t/365 + \phi)|$$

Gemäß (16) setzt sich die Tagesdurchschnittstemperatur  $T_t$  aus einem deterministischen Term  $\bar{T}_t$  und einem stochastischen Residuum  $U_t$  zusammen.  $\bar{T}_t$  berücksichtigt eine Saisonkomponente sowie einen langfristigen Temperaturtrend. Das trend- und saisonbereinigte Residuum  $U_t$  folgt einem autoregressiven Prozess mit einer zeitabhängigen Volatilität  $\sigma_t$ . Die Analyse der Autokorrelationsfunktion (ACF) und der partiellen Autokorrelationsfunktion (PACF) zeigt, dass ein AR(1)-Modell für  $U_t$  angemessen ist. Die mit SPSS ermittelten Parameter des Modells (16) sind in Tabelle 3 dargestellt. Der Parameter  $a_1$  gibt die Jahresdurchschnittstemperatur an,  $a_2$  misst den schwachen, aber signifikanten Temperaturanstieg der letzten 24 Jahre und  $a_3$  erfasst die Temperaturunterschiede zwischen Sommer und Winter.  $\sigma_0$  ist als durchschnittliche Standardabweichung der Temperatur zu verstehen und  $\sigma_1$  berücksichtigt die im Jahresverlauf unterschiedliche Volatilität.

Abb. 3 zeigt die aktuelle Tagesdurchschnittstemperatur  $T_t$  und den Mittelwert  $\bar{T}_t$  für einen Teil des Beobachtungszeitraums.

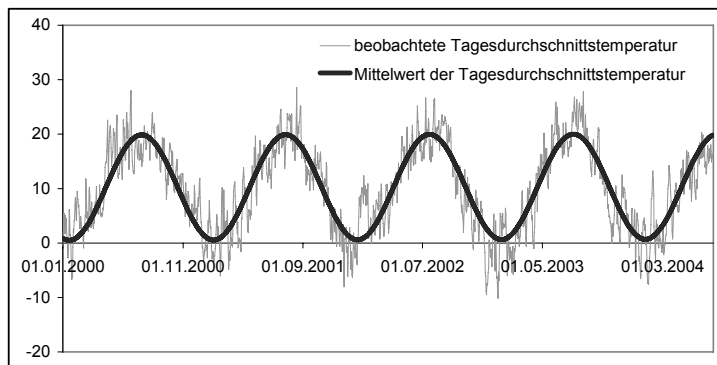
Im nächsten Schritt wurde mit Hilfe des MS-EXCEL-Add-In BEST-FIT getestet, welche Annahme bezüglich der Verteilung für die beiden Indices im Fälligkeitstermin zutreffend ist. Gemäß Chi-Quadrat-, Kolmogorov-Smirnov- und Anderson-Darling-Test kann die Lognormalverteilung für den HDD-Index auf einem Signifikanzniveau von 5 % nicht abgelehnt werden. Allerdings weist die Extreme-Value-Verteilung eine geringfügig bessere Anpassung an die empirische Verteilung auf als die Lognormalverteilung.



**Tabelle 3. Parameterschätzwerte für das Temperaturmodell**

Parameter	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\varphi$
Schätzwert	9,6984	0,000024	9,6732	-1,8731
Standardfehler	0,0500	9,7642e-6	0,0353	0,0036
Parameter	$\rho_1$	$\sigma_0$	$\sigma_1$	$\phi$
Schätzwert	0,7963	5,0405	2,0287	-0,1683
Standardfehler	0,0065	8,1592e-6	3,2285e-6	2,6741e-6

Quelle: eigene Darstellung

**Abbildung 3. Temperaturentwicklung für die Messstation Berlin-Tempelhof**

Quelle: eigene Darstellung

Um die Unterschiede der Bewertungsverfahren besser analysieren zu können, wurde trotz dieses Befunds für alle Bewertungsverfahren (mit Ausnahme der Burn-Rate-Methode) eine Lognormalverteilung und damit ein GBP für den HDD-Index unterstellt. Dadurch wird es möglich, Bewertungsunterschiede zu erkennen, die nicht auf die Verteilungsannahmen zurückzuführen sind. Die Driftrate  $m$  und die Standardabweichung  $s$  des GBP betragen 0,01 bzw. 13,03 %. Für die Bewertung des CAT wurde dagegen für die simulationsbasierten Bewertungsverfahren eine Normalverteilung bzw. ein arithmetisch Brown'scher Prozess (ABP) zugrunde gelegt, denn die Lognormalverteilung ist gemäß aller oben genannten Testverfahren mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % abzulehnen. Der ABP lautet:

$$(17) \quad dX = m dt + s dz$$

Die Drift und die Standardabweichung dieses Prozesses betragen 21,30 bzw. 194,29. Die Black-Scholes-Verfahren implizieren entgegen den statistischen Tests auch für den CAT-Index ein GBP, für den sich eine Driftrate von Null und eine Standardabweichung von 7,57 % ergibt.

### 4.3 Beschreibung des Versuchsaufbaus und der eingesetzten Bewertungsverfahren

Zur Bewertung der Call-Option auf den HDD- und den CAT-Index für Berlin werden folgende Methoden angewendet:

#### Versicherungsmathematische Modelle

1. Die traditionelle Burn-Rate-Methode (s. Abschnitt 3.3) Es stehen 24 Beobachtungswerte zur Verfügung. Die hypothetischen Rückflüsse der Option werden mit dem risikolosen Zinssatz diskontiert.

2. Eine modifizierte Burn-Rate-Methode Die Rückflüsse der Option werden nicht - wie bei der traditionellen Burn-Rate-Methode - unmittelbar auf der Grundlage der empirischen Beobachtungswerte für den jeweiligen Index berechnet. Stattdessen werden empirische Residuen in der Weise bestimmt, dass die Differenz zwischen den in der Vergangenheit beobachteten Realisationen des Index und dem Erwartungswert des geometrischen (für den HDD) bzw. des arithmetischen (für den CAT) Brown'schen Prozesses berechnet werden. Diese empirischen Störterme werden zu dem Wert des Index im Bewertungszeitpunkt (unter Berücksichtigung des Zeitfaktors) addiert. Man könnte die modifizierte Burn-Rate-Methode somit als „stochastische Simulation mit empirischen Zufallszahlen“ bezeichnen. Das Verfahren, das in der Literatur in dieser Form noch nicht beschrieben und angewendet worden ist, kombiniert die Vorteile eines parametrischen Verfahrens mit der Einfachheit einer historischen Simulation. Zur Diskontierung kommt auch hierbei der risikolose Zinssatz zur Anwendung.

3. Der faire Preis im versicherungsmathematischen Sinne (Formel 5)

Es wird der Erwartungswert einer am Strike-Preis der Option gestutzten Verteilung für den jeweiligen Temperaturindex bestimmt (Lognormalverteilung für den HDD und Normalverteilung für den CAT). Grundlage bilden die tatsächlichen Verteilungen und nicht die risikoadjustierten Verteilungen. Für die Diskontierung der Differenz zwischen dem Erwartungswert der gestutzten Verteilung und dem Strike-Preis wird der risikolose Zinssatz verwendet.

#### Kapitalmarkttheoretische Verfahren

4. Die Black-Scholes-Bewertungsformel (ohne Dividenden; Formel (10))  
In die Berechnung fließt die Standardabweichung  $\sigma$  des GBP (beim HDD-Index 13,03 % und beim CAT-Index 7,57 %) ein. Zur Diskontierung wird der risikolose Zinssatz  $r$  verwendet, der gleichzeitig die risikoneutrale Driftrate des Temperaturindex darstellt. Die Dividendenrendite  $q$  ist in diesem Fall Null.
5. Die Black-Bewertungsformel für Optionen auf Futures (Formel (11))  
Auch hier fließt die Standardabweichung des GBP für den jeweiligen Index ein, und es wird mit dem risikolosen Zinssatz  $r$  diskontiert.<sup>8</sup> Im Gegensatz zur Black-Scholes-Bewertungsformel entspricht die Dividendenrendite  $q$  dem risikolosen Zinssatz, so dass sich eine risikoneutrale Driftrate von Null ergibt.

<sup>8</sup> Obwohl in die Black-Bewertungsformel die Standardabweichung der Futuresnotierung einfließen müsste, haben wir auch hier die Standardabweichung des HDD-Index verwendet. Dafür gibt es zwei Gründe: Zum einen liegen Futurespreise nur über einen sehr kurzen Zeitraum vor. Zum anderen sollte die Standardabweichung des Futures- und HDD-Index ohnehin übereinstimmen (vgl. HULL, 2000: 294).

6. Die verallgemeinerte Black-Scholes-Bewertungsformel (12)  
Der Marktpreis des Wetterrisikos wird implizit aus den Notierungen der Call-Option an der CME für den HDD-Index für London-Heathrow ermittelt. Dazu wird der Parameter  $\lambda$  in (12) solange variiert, bis sich die beobachteten Optionspreise einstellen. Dies ist bei einem Wert von 0,1214 der Fall.<sup>9</sup> Anschließend wird unterstellt, dass der auf diese Weise bestimmte Marktpreis des Wetterrisikos auch für die Bewertung einer Option für den HDD-Index für Berlin-Tempelhof herangezogen werden kann. Da für den CAT-Index keine Optionspreisnotierungen an der CME verfügbar sind, kann diese Vorgehensweise nur für den HDD-Index durchgeführt werden.
7. Das Gleichgewichtsmodell (14) mit der von Davis vorgeschlagenen Spezifikation  
Dieses Modell führt wiederum zur Bewertungsformel (10), allerdings mit der risikoneutralen Driftrate  $-1,70\%$ .

### Stochastische Simulation

8. Stochastische Simulation für den Wetterindex zum Verfallszeitpunkt (Index Value Simulation; Formel (9))  
Hierbei wird der HDD-Index bzw. Futures auf den HDD-Index 50 000 Mal mit der zeitdiskreten Version des GBP (7) ausgehend vom Beobachtungswert im Bewertungszeitpunkt bis zum Verfallszeitpunkt der Option simuliert. In jedem Simulationslauf wird der diskontierte Rückfluss der Option bestimmt. Der Mittelwert der Rückflüsse entspricht dem Optionspreis. Grundsätzlich könnten alle Varianten der Black-Scholes basierten Optionsbewertung (4. bis 7.) auch unter Anwendung der stochastischen Simulation berechnet werden. Hier wird dies aber nur am Beispiel einer Option auf einen Futures gezeigt, d.h. es werden bei der Simulation dieselben Parameterannahmen wie bei der Bewertungsvariante 5 zugrunde gelegt. Konkret fließen in die Simulation die (risikoneutrale) Driftrate in Höhe von 0, die Standardabweichung des Prozesses für den jeweiligen Temperaturindex sowie der risikolose Zinssatz ein. Bei der simulationsbasierten Bewertung einer Option auf den CAT-Index wird die zeitdiskrete Version des ABP (17) verwendet.
9. Stochastische Simulation basierend auf dem Temperaturmodell (Daily Simulation)  
Die Dynamik der Tagesdurchschnittstemperatur wird ausgehend vom Beobachtungswert im Bewertungszeitpunkt (18,47 °C am 01. Juli, -0,17 °C am 01. Januar) gemäß Formel (16) über die Laufzeit der Option, d.h. über einen Zeitraum von 9 Monaten simuliert. Ausgehend von der simulierten Temperaturentwicklung wird der HDD- bzw. CAT-Index berechnet. Der Erwartungswert für den HDD-Index (CAT-Index) beträgt 2 341 (2 566). Bei der Implementierung dieser Methode stellt sich die Frage, wie das Prinzip der risikoneutralen Bewertung umgesetzt werden kann. SCHIRM (2001: 41) weist darauf hin, dass unklar ist, wie der stochastische Prozess der originären Temperaturvariablen zu modifi-

zieren ist, der sich ja von dem stochastischen Prozess des Index unterscheidet ((16) versus (7)). Um dieses Problem zu umgehen, simulieren wir mit dem tatsächlichen (und nicht mit dem risikoneutralen) stochastischen Prozess, verwenden aber für die Diskontierung des Pay-offs der Option den risikoadjustierten Zinssatz ( $= r + \lambda \cdot \sigma$ ) anstelle des risikolosen Zinssatzes. Der risikoadjustierte Zinssatz beträgt 6,58 % (siehe 6.). Die Berechnung wird ebenfalls 50 000 Mal wiederholt und daraus der Mittelwert bestimmt.

Nach der Beschreibung der verschiedenen Bewertungsansätze ist zu klären, welche Methode als Referenzsystem für den Vergleich herangezogen werden kann und ob ein Vergleich überhaupt ohne weiteres möglich ist. Idealerweise würde man die „richtige“ Bewertungsmethode als Referenzsystem wählen, doch die Auswahl ist hier nicht eindeutig. Verfahren 1, 2 (Burn-Rate-Methode) und 3 („fairer Preis“) kommen kaum in Frage, da ihnen eine fundierte theoretische Grundlage fehlt. Für 4 (Black-Scholes) ist die Voraussetzung eines gehandelten Assets nicht gegeben. Gesetzt den Fall, dass ein vollkommener Futuresmarkt existiert, liefert Variante 5 (das Black-Modell) eine korrekte Bewertung. Für die betrachteten Indices existieren Futuresmärkte, die gehandelten Umsätze sind aber recht gering. Verfahren 6 kommt ohne die Voraussetzung eines Futuresmarktes aus, allerdings birgt die Schätzung des Marktpreises für Risiko, wie sie hier vorgenommen wurde, Probleme und Ungenauigkeiten. Verfahren 7 (Davis-Modell) ist konzeptionell das allgemeinste, setzt jedoch eine spezielle Risikonutzenfunktion voraus. Den Verfahren 8 und 9 sind mit 5 und 6 vergleichbar. Ihnen haftet der „Makel“ der Simulation an, aber sie können beliebige Verteilungen nutzen. In Anbetracht dieser Merkmale, kann keines der Verfahren a priori als eindeutig überlegen angesehen werden. Das Augenmerk liegt daher auf der Beschreibung und Erklärung der Unterschiede zwischen den Verfahren und die Frage, inwieweit sich die Resultate gegenseitig stützen oder widersprechen.

### 4.4 Beschreibung und Interpretation der Ergebnisse

Tabelle 4 zeigt die Preise der beiden Wetterderivate, die sich für die oben genannten Bewertungsverfahren und für unterschiedliche Werte für das Underlying zum Bewertungszeitpunkt ergeben. Der Begriff „Underlying“ hat in diesem Zusammenhang eine Doppelbedeutung: Zum einen ist damit der HDD- bzw. CAT-Index und zum anderen ein Futures auf den HDD- bzw. CAT-Index gemeint. Die Beobachtungswerte für das Underlying im Bewertungszeitpunkt wurden so gewählt, dass sie dem Erwartungswert des Temperaturmodells (16) entsprechen (mittlere Zeilen). Ausgehend von diesen Werten (2 341 bzw. 2 566) wurde jeweils ein Zuschlag und ein Abschlag in Höhe von 1 % vorgenommen. Diese Variation entspricht der Dynamik, wie sie für Futures mit entsprechender Laufzeit zu beobachten ist. Die Betrachtung verschiedener hypothetischer Beobachtungswerte für das Underlying zum Bewertungszeitpunkt erfolgt, um die Bedeutung des Startwertes bei Anwendung der verschiedenen Methoden aufzeigen zu können. Für die Daily Simulation (Spalte 9) ist diese Variation nicht möglich, da nicht der Beobachtungswert des HDD bzw. CAT, sondern die aktuelle Temperatur den Startwert der Simulation bildet.

<sup>9</sup> Zum Vergleich: ALATON et al. (2002) errechnen einen Marktpreis für Wetterrisiko in Höhe von  $\lambda = 0,08$ .

**Tabelle 4. Werte für Call-Optionen auf den HDD- und den CAT-Index für Berlin-Tempelhof bei Anwendung verschiedener Bewertungsverfahren**

Wert des Underlying zum Bewertungszeitpunkt	Spalte 1	Spalte 2	Spalte 3	Spalte 4	Spalte 5	Spalte 6	Spalte 7	Spalte 8	Spalte 9	
	Versicherungsmathematische Modelle			Kapitalmarkttheoretische Verfahren				Stochastische Simulation		
	Burn-Rate-Methode		„Faire Prämie“ ( $r=5\%$ , $\mu=0\%$ )	Black-Scholes ( $r=\mu=5\%$ )	Black ( $r=q=5\%$ )	Black-Scholes mit Dividende	Gleichgewichtsmodell (Davis)	Index Value Sim. ( $r=q=5\%$ )	Daily Simulation	
konventionell	modifiziert									
HDD-Index	2318	1589	1914	2029	2745	1801	1431	1618	1798	–
	2341	1589	2146	2029	3042	2029	1626	1833	2021	1987
	2364	1589	2391	2029	3355	2272	1837	2065	2281	–
CAT-Index	2540	1483	1295	1292	2112	1054	n.a.	1005	1086	–
	2566	1483	1534	1292	2472	1293	n.a.	1239	1256	1467
	2592	1483	1787	1292	2857	1561	n.a.	1504	1575	–

Quelle: eigene Darstellung

Zunächst fallen die hohen Unterschiede zwischen den Bewertungsverfahren auf. Im Extremfall unterscheiden sich die Ergebnisse um den Faktor 2. Spalte 1 bestätigt den konstruktionsbedingten Mangel der traditionellen Burn-Rate-Methode, dass der ausgewiesene Optionswert unabhängig vom Wert des Temperaturindex zum Bewertungszeitpunkt ist. Dies steht im Widerspruch zur Optionspreistheorie. Durch die vorgeschlagene Modifikation der Burn-Rate-Methode lässt sich dieser Mangel beheben. Für die Option auf den HDD-Index liegen die Werte der modifizierten Burn-Rate-Methode zwischen denjenigen, die mit der Black-Scholes-Formel (ohne Dividendenrendite) bzw. der Black-Formel berechnet wurden. Eine pauschale Wertung der konventionellen Burn-Rate-Methode ist anhand der durchgeführten exemplarischen Rechnungen nicht möglich. Während die ausgewiesenen Optionswerte für den HDD tendenziell zu niedrig erscheinen, trifft dies für den CAT nicht zu. Die Burn-Rate-Methode und die Daily Simulation führen hier zu ähnlichen Ergebnissen. Die möglicherweise auftretenden Unterschiede zwischen der konventionellen Burn-Rate-Methode und den anderen Verfahren (mit Ausnahme der fairen Prämie) sind darauf zurückzuführen, dass im einen Fall die Beobachtungswerte für den HDD bzw. CAT als Realisation der Zufallsvariable „Temperaturindex im Fälligkeitszeitpunkt“ und im anderen Fall als Realisation eines stochastischen Prozesses interpretiert werden, für den Drift und Volatilität geschätzt werden. Beide Sichtweisen können, müssen aber nicht zu unterschiedlichen Bewertungen kommen.

Die „faire Prämie“ (Spalte 3) ist ebenfalls nicht sensitiv gegenüber dem aktuellen Wert des Wetterindexes. Im Vergleich zu den anderen Verfahren kommt es teils zur einer Über- und teils zu einer Unterschätzung. Allerdings liefert die faire Prämie einen ähnlichen Preis, wenn die Drift Null ist und der Erwartungswert für die Verteilung des Index im Fälligkeitszeitpunkt mit dem Indexwert im Bewertungszeitpunkt zusammenfällt (mittlere Zeilen). Im vorliegenden Beispiel wurde der Diskontierungsfaktor so gewählt, dass

sich dieselben Ergebnisse wie in der Black-Bewertungsformel ergeben. Dies ist aber nicht zwangsläufig der Fall.

Der Vergleich von Spalte 4 mit Spalte 5 und 6 zeigt, welcher Fehler entstünde, wenn man die Black-Scholes-Formel (ohne Dividendenrendite) ohne jegliche Korrektur auf die Bewertung von Wetterderivaten übertragen würde. Es käme zu einer Überschätzung des Wertes einer Call-Option, da eine implizierte Driftrate in Höhe des risikolosen Zinssatzes zu hoch ist. Es mag überraschen, dass die Ergebnisse der Black-Formel und der Black-Scholes-Formel mit Dividendenrendite (Spalte 5 und 6) deutlich voneinander abweichen. Technisch kann dies durch den relativ hohen Wert, der für den Marktpreis für das Wetterrisiko implizit ermittelt wurde, erklärt werden. Es ist aber zu betonen, dass die beiden Verfahren nicht unmittelbar vergleichbar sind. Zum einen beziehen sich, wie bereits erwähnt, der Wetterindex und der Marktpreis für das Wetterrisiko auf unterschiedliche Orte. Zum anderen hat die implizite Ermittlung von Parametern des Black-Scholes-Modells immer den Nachteil, dass Abweichungen zwischen dem theoretischen Preismodell und den realen Preisen in die implizit zu ermittelnden Parameter projiziert werden.<sup>10</sup> Die Preise des Gleichgewichtsmodells mit der von DAVIS vorgeschlagenen Spezifikation (Spalte 7) liegen zwischen denen des Black-Modells und des Black-Scholes-Modells mit Dividende. Diese Feststellung kann aber nicht verallgemeinert werden; die Preisrelation dieser drei Modelle ist durch das Verhältnis der drei Parameter  $r$ ,  $m$ , und  $s$  determiniert.

Bei der stochastischen Simulation in Gestalt der Index Value Simulation (Spalte 8) wurden für den HDD-Index die gleichen Parameterannahmen getroffen wie in Spalte 5. Insofern überrascht es nicht, dass die Ergebnisse – abgesehen von geringfügigen Abweichungen infolge der Zufalls-

<sup>10</sup> Dieses Problem ist im Zusammenhang mit der impliziten Schätzung von Volatilitäten unter dem Begriff „volatility smile“ bekannt.

zahlenziehung - übereinstimmen. Dieses Resultat bestätigt die vorliegenden positiven Erfahrungen zur Eignung von Simulationsverfahren zur Bewertung von Finanzderivaten (vgl. z.B. MUBHOFF und HIRSCHAUER, 2003). Die Daily Simulation (Spalte 9) führt wie zu erwarten nicht zu denselben Optionswerten wie die Index Value Simulation. Ursächlich hierfür sind die unterschiedlichen statistischen Modelle, die der Temperaturdynamik zugrunde liegen. Schätzt man die Parameter der Lognormalverteilung des HDD zum Fälligkeitszeitpunkt direkt aus den 24 empirischen Beobachtungswerten, so ergeben sich für den Erwartungswert und die Varianz andere Werte, als wenn diese mit simulierten Werten des Temperaturmodells (16) geschätzt werden. Aufgrund der Sensitivität des Optionswertes gegenüber diesen Parametern ergeben sich unterschiedliche Preise. Zudem stellt die Lognormalverteilung ohnehin weder für die empirischen noch für die simulierten Daten die beste Annahme dar. Beim CAT kommt hinzu, dass die statistischen Tests eine Normalverteilung für diesen Index nahe legen. Folglich können die analytischen Bewertungsverfahren, die an eine Lognormalverteilung gebunden sind, ohnehin keine Referenz für den „richtigen“ Optionspreis darstellen. Diese Befunde unterstreichen die Bedeutung einer präzisen statistischen Schätzung des Wetterindex.

## 5. Schlussfolgerungen

Die beispielhaft aufgezeigten Unterschiede der Bewertungsverfahren bestätigen die eingangs postulierte Relevanz der Bepreisung von Wetterderivaten sowohl für den Handel mit diesen Produkten als auch für deren einzelbetriebliche Wirkungsanalyse. Wenn potenzielle Marktteilnehmer mit unterschiedlichen Verfahren kalkulieren und zu ganz verschiedenen Ergebnissen kommen, ist eine mögliche Folge, dass kein eindeutiger Preis gefunden wird, den die Marktpartner als fair und angemessen betrachten. Dem Markt mangelt es dann an Liquidität, womit wiederum die Orientierung für andere potenzielle Marktteilnehmer fehlt.

Das Ausmaß der Unterschiede zwischen den Bewertungsverfahren wird unter anderem bestimmt durch:

- Die Unterschiede in der Anfangserwartung des Wetterindex für den Fälligkeitszeitpunkt  
Wie bereits herausgestellt wurde, unterscheiden sich die Verfahren in der Fähigkeit, differenzierte Erwartungen zu berücksichtigen. Inwieweit dies einen praktisch relevanten Mangel darstellt, hängt davon ab, wie stark die Erwartungswerte im Bewertungszeitpunkt differieren. Wenn beispielsweise im November eines Jahres stets dieselbe Erwartung für den HDD-Index Ende März vorherrscht, spielt es keine Rolle, ob die Bewertungsverfahren unterschiedliche Erwartungen erfassen können oder nicht.
- Die Laufzeit des Derivats  
Die Laufzeit hat einen zweifachen Einfluss auf die Unterschiede der Bewertungsverfahren. Einerseits können bei einer kurzen Laufzeit Wetterprognosen greifen, so dass der zuvor genannte Aspekt der Erwartungsbildung eine stärkere Rolle spielt. Andererseits schlagen bei einer längeren Laufzeit die Unterschiede in den bewertungsrelevanten Parametern „Driftrate“ und „Zinssatz“ stärker durch.
- Die Verteilung des Underlyings  
Je stärker die tatsächliche Verteilung des Wetterindex von einer Lognormalverteilung abweicht, umso stärker

werden die Unterschiede zwischen Verfahren, die diese Verteilung voraussetzen und solchen, die davon unabhängig sind.

Welche Schlussfolgerungen lassen sich aus den theoretischen Überlegungen und numerischen Rechnungen für die Auswahl eines geeigneten Bewertungsverfahrens ziehen? Zur Beantwortung der Frage, welcher grundlegende Ansatz zu wählen ist, erscheint die Unterscheidung zwischen börsengehandelten Wetterderivaten und OTC-Produkten sinnvoll. Welche der beiden Kategorien mittelfristig für das Agribusiness die größere Bedeutung haben wird, ist derzeit noch nicht klar abzusehen. Die bislang existierenden Kontrakte fallen in die letztgenannte Kategorie. Sie wurden speziell für die Bedürfnisse bestimmter Produzenten in abgegrenzten Regionen konstruiert und waren nach dem Erwerb nicht handelbar. Die Preise waren zum Teil staatlich subventioniert und fixiert. Das Problem der Etablierung solcher Kontrakte besteht in der erforderlichen Losgröße, um die Einführung aus Sicht eines Anbieters (z.B. einer Bank oder einer Versicherung) attraktiv zu machen. Für Deutschland ist fraglich, ob die Mindestmasse erreicht werden kann. Für diese OTC-Kontrakte erscheinen versicherungsmathematische Bewertungsverfahren geeigneter als kapitalmarkttheoretische. Wenn die Produkte nach Vertragsabschluss nicht handelbar sind, dann bringt der Informationszuwachs bezüglich des Underlyings nichts, der bis zum Erfüllungszeitpunkt auftritt und der in die kapitalmarkttheoretischen Modelle einfließt und dort zu einer permanenten Neubewertung führt. Dass unterschiedliche Erwartungen zum Zeitpunkt des Erwerbs des Derivats auch in versicherungsmathematische Modelle einfließen können, wurde am Beispiel der modifizierten Burn-Rate-Methode gezeigt. Kapitalmarkttheoretische Modelle zielen auf die Bewertung börsengehandelter Derivate ab. Speziell für Deutschland gibt es derzeit keine börsennotierten Derivate. Dies wird sich vermutlich in Zukunft ändern, doch es erscheint unwahrscheinlich, dass es eine umfangreiche Palette verschiedenster Bezugsobjekte geben wird. Daher werden die Landwirte diese Produkte kaum als Perfect-Hedge sondern „nur“ im Sinne eines Cross-Hedge einsetzen können. Angesichts der Vor- und Nachteile der beiden Marktformen bestehen auch für beide Grundtypen von Bewertungsmodellen sinnvolle Einsatzmöglichkeiten. Ob sie in analytischer Form oder simulationsbasiert zur Anwendung kommen, hängt dabei von der Komplexität der Anwendung ab. Unabhängig von der theoretischen Grundlage des Bewertungsansatzes verlangt die statistische Schätzung des Wetterindex besondere Aufmerksamkeit. Für temperaturbasierte Indices liegen Modelle vor, die in Gestalt einer Daily Simulation eine Alternative zur direkten Simulation der Verteilung des Temperaturindex zulassen; für niederschlagsbezogene Indices dagegen fehlen derartige Modelle zur Zeit. Hier besteht weiterer Forschungsbedarf.

## Literatur

- ALATON, P., B. Djehiche and D. Stillberger (2002): On Modelling and Pricing Weather Derivatives. In: Applied Mathematical Finance 9 (1): 1-20.
- ASSELDONK, M. A.P.M. VAN and A.G.J.M. OUDE LANSINK (2003): Weather based Index Insurance to Hedge Temperature Exposure of Greenhouse Horticultural Farms. In: Wesseler, J., H.-P. Weikard and R.D. Weaver (eds.): Risk and Uncertainty in

- Environmental and Natural Resource Economics. Edward Elgar, Cheltenham: 235-249.
- BERG, E., B. SCHMITZ, M. STARP und H. TRENKEL (2005): Wetterderivate: Ein Instrument im Risikomanagement für die Landwirtschaft? In: *Agrarwirtschaft* 54 (2): 158-170.
- BLACK, F. (1976): The Pricing of Commodity Contracts. In: *Journal of Financial Economics* 3 (1-2): 167-179.
- BLACK, F. and M. SCHOLES (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. In: *Journal of Political Economy* 81 (3): 637-659.
- BRIX, A., S. JEWSON and C. ZIEHMANN (2002): Weather Derivative Modelling and Valuation: A Statistical Perspective. In: Dischel, R.S. (ed): *Climate Risk and the Weather Market*. Risk Books, London: 127-150.
- CHAMBERS, R.G. and J. QUIGGIN (2004): Technological and financial approaches to risk management in agriculture: an integrated approach. In: *The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 48 (2): 199-223.
- CAMPBELL, S.D. and F.X. DIEBOLD (2002): Weather Forecasting for Weather Derivatives. Working Paper 02-42, Wharton Financial Institutions Center.
- CAO, M., A. LI and J. WEI (2003): A New Class of Financial Instruments. Working Paper, University of Toronto.
- CAO, M. and J. WEI (1999): Pricing Weather Derivative: an Equilibrium Approach. Working Paper, Queen's University Kingston, Ontario.
- CHEN, G., M.C. ROBERTS and T. CAMERON (2003): Managing Dairy Profit Risk Using Weather Derivatives. Working Paper, NCR-134. Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting and Market Risk Management, St. Louis, Missouri.
- COX, J.C., J.E. INGERSOLL and S.A. ROSS (1985): An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices. In: *Econometrica* 53 (2): 363-384.
- DAVIS, M. (2001): Pricing weather derivatives by marginal value. In: *Quantitative Finance* 1 (3): 305-308.
- DISCHEL, B. (2002): Dry market in need of liquidity. In: *Risk Magazine for Investors* 15 (9): 20-22.
- EMBRECHTS, P. (2000): Actuarial versus Financial Pricing of Insurance. *Risk Finance* 1 (4): 17-26.
- HULL, J.C. (2000): *Options, Futures & Other Derivatives*. 4. Auflage. Prentice Hall International, Inc., New Jersey.
- LEISINGER, C. (2003): Die Hitze ist nicht mehr versicherbar. In: *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 29. August: 15.
- LUCAS, R.E. (1978): Asset Prices in an Exchange Economy. In: *Econometrica* 46 (6): 1429-1445.
- MCCARTHY, N. (2003): Demand for Rainfall-Index based Insurance: A case Study from Morocco. EPTD Discussion Paper, No. 106. Environment and Production Technology Division, International Food Policy Research Institute, Washington, USA.
- MORENO, M. (2002): Rain risk. Research Paper. Speedwell Weather Derivatives, London.
- MUBHOFF, O. und N. HIRSCHAUER (2003): Bewertung komplexer Optionen. PD-Verlag, Heidenau.
- NEFTCI, S.N. (1996): An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives. Academic Press, San Diego.
- NELKEN, I. (2000): Weather Derivatives – Pricing and Hedging. Super Computer Consulting Inc. Mundelein, Illinois. In: <http://www.supercc.com/papers/Weather.pdf>.
- RICHARDS, T.J., M.R. MANFREDO and D.R. SANDERS (2004): Pricing Weather Derivatives. In: *American Journal of Agricultural Economics* 86 (4): 1005-1017.
- SCHIRM, A. (2001): Wetterderivate; Einsatzmöglichkeiten und Bewertung. Working Paper. Graduiertenkolleg „Allokation auf Finanz- und Gütermärkten“, Universität Mannheim.
- SCHMITZ, B. und M. STARP (2004): Wetterderivate zur Absicherung des Energiekostenrisikos im Unterglasanbau. Vortragsmanuskript für die 44. GEWISOLA Jahrestagung, Berlin.
- STOPPA, A. and U. HESS (2003): Design and Use of Weather Derivatives in Agricultural Policies: the Case of Rainfall Index Insurance in Morocco. Working Paper. Intern. Conference: Agricultural policy reform and the WTO, Capri.
- TURVEY, C.G. (2001): Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture. In: *Review of Agricultural Economics* 23 (2): 333-351.
- (2002): Insuring Heat Related Risks in Agriculture with Degree-Day Weather Derivatives. Selected Paper. AAEA Annual Conference Long Beach, CA.

## Danksagung

Für hilfreiche Kommentare und Anregungen danken wir Gunnar Breustedt, Bernhard Schmitz, Michael Starp und zwei anonymen Gutachtern. Martin Odening dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft und Oliver Mußhoff der Klaus-Tschira-Stiftung, gemeinnützige GmbH, für finanzielle Unterstützung.

Kontaktautor:

**WEI XU**

Humboldt-Universität zu Berlin, Landwirtschaftlich-Gärtnerische Fakultät, Institut für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus, Fachgebiet Allgemeine Betriebslehre des Landbaus

Luisenstraße 56, 10099 Berlin

Tel.: 030-20 93 64 35, Fax: 030-20 93 64 65

E-Mail: [xu.wei@agr.ar.hu-berlin.de](mailto:xu.wei@agr.ar.hu-berlin.de)