

---

Fuchs, C.; Löthe, K.: Einfluss der Form von Produktionsfunktionen auf die Ermittlung der optimalen speziellen Intensität und die ökologische Wirkungen in der Pflanzenproduktion. In: Kirschke, D.; Odening, M.; Schade, G.: Agrarstrukturentwicklungen und Agrarpolitik. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 32, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1996), S.493-502.

---



# EINFLUSS DER FORM VON PRODUKTIONSFUNKTIONEN AUF DIE ERMITTLUNG DER OPTIMALEN SPEZIELLEN INTENSITÄT UND DIE ÖKOLOGISCHEN WIRKUNGEN IN DER PFLANZENPRODUKTION

von

C. FUCHS und K. LÖTHE\*

## 1 Einleitung

Die Schätzung von Produktionsfunktionen und ihre Anwendung zur Bestimmung der optimalen speziellen Intensität ist mit vielen Problemen verbunden. Zunächst ist es sehr schwierig, eine ausreichende Datenbasis zu erhalten. Dazu sind in der Regel mehrjährige, multifaktorielle Versuche notwendig. Zwar liegen z.B. für den Ackerbau immer mehr elektronisch abgespeicherte Daten aus Schlagkarteien vor (FUCHS und SCHANZENBÄCHER 1992), jedoch genügen diese oftmals nicht den statistischen Ansprüchen an eine gute Datenbasis. Ein Grund dafür ist, daß keine oder nur wenige Nullparzellen vorliegen, denn die Landwirte versuchen immer im Optimum zu wirtschaften. Neben den Problemen mit der Datenbasis stellt sich auch die Frage, welche Funktionsform zur Schätzung der Produktionsfunktion zu verwenden ist.

Diese Probleme sollen im folgenden Beitrag deduktiv untersucht werden. Deduktiv deshalb, weil es auch hier nicht gelingen kann, für alle Standorte und Kulturen „die richtige Produktionsform und -funktion“ zu bestimmen. Vielmehr soll modellhaft aufgezeigt werden, wie eine Vielzahl von Funktionsformen beurteilt werden kann. Da es bei realistischer Beurteilung der finanziellen und zeitlichen Ressourcen nicht möglich ist, ausreichend umfangreiche Feldversuche durchzuführen, wird zunächst eine Modellwirklichkeit geschaffen, für die alle Bedingungen bekannt sind. Für die N-Aufnahme der Pflanzen gibt es bereits Simulationsmodelle, die auch den Witterungseinfluß berücksichtigen und die somit erhebliche Variationen der Erträge erklären. Deshalb beschränkt sich die Untersuchung zunächst auf den Einfluß der N-Düngung auf den Ertrag. Im Modell sind damit alle relevanten Variablen bekannt und alle Vorgänge erklärbar. Dies schließt auch die Kenntnis über die tatsächlich optimale spezielle Intensität ein, die dann mit den Ableitungen aus den untersuchten fünf Funktionsformen verglichen werden kann. Dieser Vergleich ermöglicht eine ökonomische Beurteilung und zeigt unterschiedliche ökologische Auswirkungen in Abhängigkeit von der gewählten Produktionsfunktionsform auf. Abschließend erfolgt ein Vergleich der Modelldaten mit Schlagkarteidaten und eine mögliche Erweiterung des Ansatzes in bezug auf andere Produktionsfaktoren, z.B. Pflanzenschutzmittel.

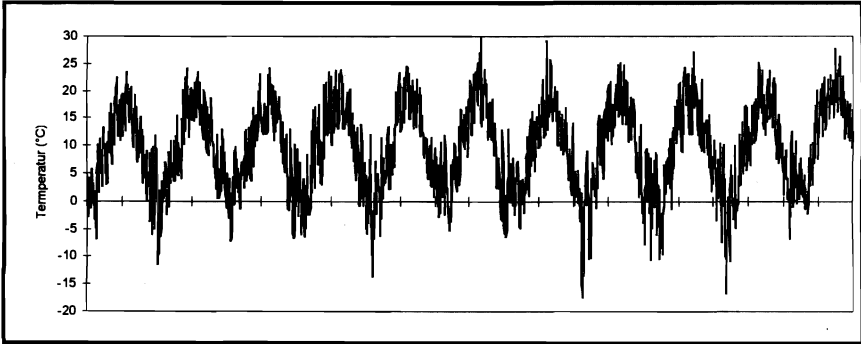
## 2 Entwicklung einer Modellrealität

Das deterministisch-physikalisch-empirische Simulationsmodell CREAMS (Chemical, Runoff and Erosion of Agricultural Management Systems) (KNISEL 1980; JAROSCH 1990 und MURSCHEL-RAASCH 1991) wird dazu eingesetzt, einen künstlichen Datensatz zu erzeugen, der dann als Bezugspunkt verwendet wird. Das CREAMS-Modell simuliert den Wasserhaushalt, die Bodenerosion und den Nährstoffhaushalt eines Standortes. Der zu betrachtende Standort ist das integrierende Medium von Einträgen, Umsätzen und Austrägen. Klima, Nutzung, Kulturtechnik, Düngung und Pestizide wirken auf den Boden ein. Austräge erfolgen über

\* PD Dr. Clemens Fuchs und Dipl.-Ing. agr. Konrad Löthe, Universität Hohenheim, Institut für landwirtschaftliche Betriebslehre (410B), Schloß-Osthof-Süd, 70593 Stuttgart

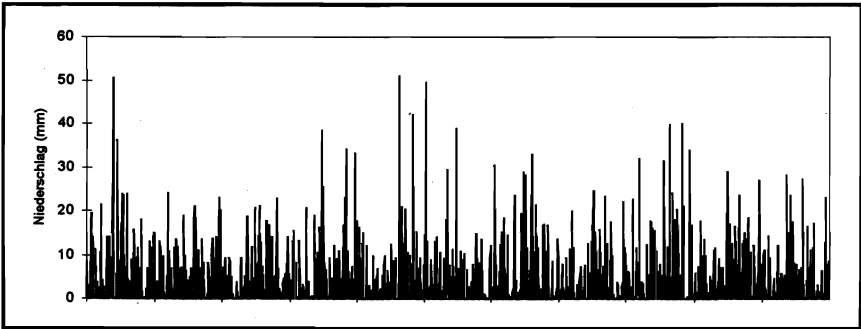
Verdunstung, Versickerung, Abfluß, Erosion und Auswaschung. Das CREAMS-Modell beinhaltet drei aufeinander aufbauende Submodelle. Diese Submodelle schätzen den Wasserhaushalt, die Bodenerosion und die Nährstoff- / Pestiziddynamik auf einer landwirtschaftlichen Parzelle. Die Verwendung des Nährstoff-/Pestizidsubmodells setzt den Einsatz der vorangestellten Submodelle (Wasser und Erosion) voraus. Als Klimadaten werden tägliche Angaben aus 11 Jahren zum Temperaturverlauf und zu den Niederschlägen verwendet (siehe Abbildungen 1 und 2).

**Abbildung 1:** Temperaturverlauf über die Simulationsdauer von 11 Jahren



Quelle: Eigene Darstellung

**Abbildung 2:** Niederschlagsverteilung über die Simulationsdauer von 11 Jahren



Quelle: Eigene Darstellung

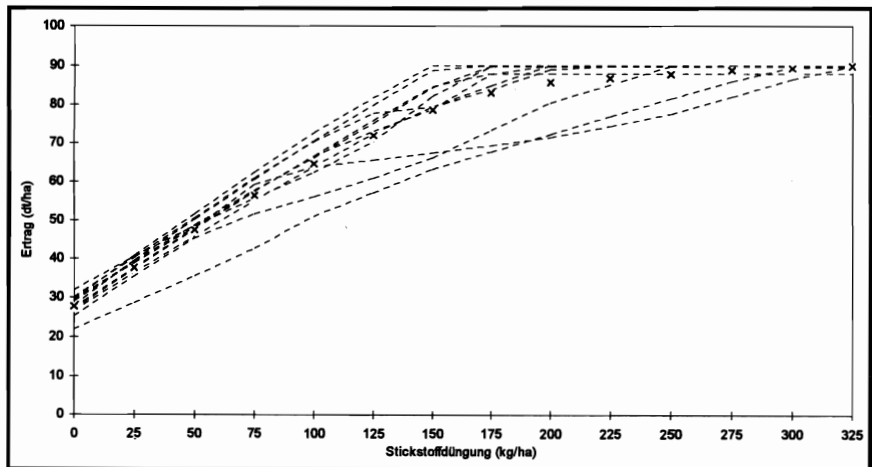
Im folgenden werden wesentliche Teile des Nährstoffsubmodells beschrieben. Mit dem Nährstoffteil des CREAMS-Modells wird ein vereinfachter Stickstoffhaushalt erstellt. Dieser setzt sich zusammen aus N-Zufuhren (N mit Niederschlag, N mit Düngung, N aus Mineralisation) und N-Entzügen (N mit Pflanzenentzug, N mit Bodenerosion, N mit Oberflächenwasser, N mit Denitrifikation, N mit Auswaschung). Die Änderung des Bodenstickstoffvorrats ist die Differenz zwischen N-Entzug und N-Zufuhr.

Die Höhe der N-Aufnahme ist für die Kulturen unterschiedlich und ist maßgeblich vom Produktionsverfahren (Düngung, Bodenbearbeitung), Bodeneigenschaften und klimatischen Faktoren abhängig. Einen starken Einfluß auf die N-Verfügbarkeit haben die Mineralisation und die Denitrifikation. Durch Mineralisation wird jährlich ca. 1-2 % der organischen Substanz in mineralische N-Form überführt. Dadurch erhöht sich der Nitratpool im Boden. Auswaschungsgefährdet ist hauptsächlich der mineralische Stickstoff. Die Mineralisierungsraten sind

abhängig vom Gehalt der organischen Substanz (potentiell mineralisierbarer Stickstoff), der Bodenfeuchte, der Temperatur und dem pH-Wert. Optimale Bedingungen herrschen bei 35 Grad Celsius und Feldkapazität. Für den Untersuchungsstandort wird ein Mineralisationspotential von jährlich 195 kg N/ha angenommen, wobei sich die tatsächliche Mineralisationsmenge modellintern berechnet.

Die Denitrifikation reduziert Nitrat im Boden zu gasförmigem Stickstoff. Dieser Prozess ist an anaerobe Bedingungen im Boden gebunden. Mit zunehmendem Bodenwassergehalt und abnehmender Luftkapazität nimmt die Denitrifikation zu. Unter 10 Grad Celsius findet eine starke Abnahme der Denitrifikation statt. Das Optimum liegt bei 35 Grad Celsius. Die Denitrifikation ist sowohl bei der Modellbildung als auch bei Feldexperimenten einer der am schwierigsten zu erfassenden Prozesse. Demzufolge bestehen hier noch Unsicherheiten, vor allem bezüglich der Höhe der geschätzten Denitrifikationsraten. Die Untersuchung wird für die Kultur Winterweizen durchgeführt. Die N-Düngung wird von Null auf 325 kg/ha erhöht, die 14 Düngungsstufen liegen jeweils 25 kg/ha auseinander. Dabei wird der Ertrag des jeweiligen Simulationsjahres über den vom CREAMS-Modell ermittelten Stickstoffentzug errechnet, wobei ein Entzug von 2,4 kg N/dt Ertrag angenommen wurde.

**Abbildung 3:** Ertragsverlauf der einzelnen Jahre in Abhängigkeit von der N-Düngung und Mittelwerte bei einzelnen Düngungsstufen (x)



Quelle: Eigene Darstellung

In Abbildung 3 sind die einzelnen Erträge der insgesamt 11 Simulationsjahre bei ansteigender N-Düngung als Ertragslinie dargestellt. Die Schwankungen im Witterungsverlauf führen bei gleicher N-Düngung zu erheblichen Ertragsdifferenzen in den einzelnen Jahren, z.B. beträgt der Ertrag beim N-Düngungsniveau von 150 kg/ha 63 dt/ha im Jahr 5 und 90 dt/ha im Jahr 9. Die Streuung ist bei mittlerem Düngenniveau relativ groß und nimmt bei hoher Düngung ab. Das (genetisch) vorgegebene Ertragsmaximum von 90 dt/ha ist deutlich zu erkennen. Die aus den simulierten Erträgen der einzelnen Jahre berechneten Durchschnittserträge der einzelnen Düngungsstufen sind in Abbildung 3 als Punkte dargestellt, die Linien stellen den Verlauf der Erträge bei steigender N-Düngung in den einzelnen Jahren dar.

### 3 Schätzung der Produktionsfunktionen

Insgesamt werden fünf verschiedene Funktionsformen miteinander und mit dem CREAMS-Modell verglichen. Es sind dies die quadratische Funktion, die Quadratwurzelfunktion, die Mitscher-

lichfunktion, die linear limitationale Funktion und die Cobb-Douglas-Funktion. Diese Funktionen werden nach dem N-Einsatz abgeleitet und die optimale spezielle Intensität der N-Düngung für verschiedene Faktor-Produkt-Preisrelationen ermittelt.

- (a) Für die *quadratische Funktion* lauten  
 Ertragsfunktion  $y = a + b N + c N^2$   
 Grenzertragsfunktion  $y' = b + 2 c N$   
 optimale spezielle Intensität  $N = (q / p - b) / 2 c,$
- (b) für die *Quadratwurzelfunktion* lauten  
 Ertragsfunktion  $y = a + b N^{0,5} + c N$   
 Grenzertragsfunktion  $y' = c + b / 2 N^{0,5}$   
 optimale spezielle Intensität  $N = (b p / 2 (q - c p))^2,$
- (c) für die *Mitscherlichfunktion* lauten  
 Ertragsfunktion  $y = A (1 - b e^{-cN})$   
 Grenzertragsfunktion  $y' = -A b c e^{-cN}$   
 optimale spezielle Intensität  $N = -\ln (q / p A b c) / c,$
- (d) für die *linear limitationale Funktion* lauten  
 Ertragsfunktion  $y = a + b N;$   $N < 180$   
 $y = c;$   $N \geq 180$   
 Grenzertragsfunktion  $y' = b;$   $N < 180$   
 $y' = \text{Null};$   $N \geq 180$   
 optimale spezielle Intensität  $N = 0;$   $q / p > b$   
 $N = 0 \text{ bis } 180;$   $q / p = b$   
 $N = 180;$   $q / p < b \text{ und}$
- (e) für die *Cobb-Douglas-Funktion* lauten  
 Ertragsfunktion  $y = a N^b$   
 Grenzertragsfunktion  $y' = a b N^{b-1}$   
 optimale spezielle Intensität  $N = (q / p a b)^{1/(b-1)};$
- mit:  $y = \text{Ertrag in dt/ha,}$   $a(A) \text{ bis } c = \text{Regressionskoeffizienten,}$   
 $N = \text{N-Düngung in kg/ha,}$   $q = \text{Faktorpreis und } p = \text{Produktpreis.}$

Die Witterungseffekte der einzelnen Jahre werden mit Hilfe von Dummyvariablen (0/1 für d1 bis d10) abgebildet. Zur Schätzung der Koeffizienten wird für die Funktionsformen 1-3 und 5 eine Kleinstquadratschätzung mit RATS 4 (DOAN 1992) durchgeführt. Zur Ermittlung der Koeffizienten für die 4. Funktionsform wird der nichtlineare Optimierungsalgorithmus ACOMPLEX (BOX 1965 und MANETSCH 1989) eingesetzt, wobei das Bestimmtheitsmaß ( $R^2$ ) maximiert wird. Die Koeffizienten und ihre t-Werte sowie das Bestimmtheitsmaß der geschätzten Produktionsfunktionen sind in Tabelle 1 dargestellt. Die Funktionen 1 bis 3 und 5 werden mit und ohne Dummyvariablen geschätzt. Dies hat vor allen Dingen einen Einfluß auf das Bestimmtheitsmaß, welches in der Regel mit Berücksichtigung der Jahreseffekte ansteigt. Es liegt meist um 90 % und ist damit sehr hoch. Die Regressionskoeffizienten a, b und c sind in ihren Vorzeichen plausibel und statistisch sehr hoch abgesichert, was sich an ihren t-Werten zeigt. Die in Tabelle 1 fett gedruckten Parameter werden für die folgenden Berechnungen herangezogen. Der Verlauf dieser Funktionen und die 154 Datenpunkte aus der CREAMS-Simulation sind in Abbildung 4 dargestellt.

**Tabelle 1: Koeffizienten (t-Werte) verschiedener Produktionsfunktionen; Weizenertrag in dt/ha = f (kg N-Düngung/ha)**

| Funktionsform                            | Regressionskoeffizienten |                        |                         | Dummyvariable     |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   | Bestimmtheitsmaß |                   |                     |                    |
|--|--------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|---------------------|--------------------|
|  | a (A)                    | b                      | c                       | d1                | d2                | d3                | d4                | d5                  | d6               | d7               | d8                | d9               | d10               | R <sup>2</sup> ***) | R BAR <sup>2</sup> |
| <b>(a) Quadratische Funktion</b>         |                          |                        |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   |                     |                    |
| a+bN+cN <sup>2</sup>                     | 27,35<br>(23,58)         | 0,45375656<br>(27,38)  | -0,0008227<br>(-16,73)  |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,9322              | 0,9313             |
| a+bN+cN <sup>2</sup> *)                  | 29,34<br>(35,06)         | 0,45375656<br>(41,13)  | -0,0008227<br>(-25,14)  |                   | -1,528<br>(-1,43) | -5,951<br>(-5,55) | -7,363<br>(-6,87) | -11,372<br>(-10,61) | 1,745<br>(1,63)  |                  |                   | 2,577<br>(2,40)  |                   | 0,9712              | 0,9696             |
| a+bN+cN <sup>2</sup> **)                 | 29,80<br>(24,39)         | 0,45375656<br>(40,77)  | -0,0008227<br>(-24,91)  | -0,925<br>(-0,66) | -1,986<br>(-1,42) | -6,409<br>(-4,59) | -7,821<br>(-5,60) | -11,830<br>(-8,47)  | 1,287<br>(0,92)  | 0,322<br>(0,23)  | -0,697<br>(-0,50) | 2,118<br>(1,52)  | -0,990<br>(-0,71) | 0,9714              | 0,9690             |
| <b>(b) Quadratwurzelfunktion</b>         |                          |                        |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   |                     |                    |
| a+bN <sup>0,5</sup> +cN                  | 22,58<br>(11,77)         | 4,52117556<br>(11,28)  | -0,02841927<br>(-1,43)  |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,8950              | 0,8936             |
| a+bN <sup>0,5</sup> +cN *)               | 24,59686436<br>(15,46)   | 4,52117556<br>(13,92)  | -0,02841927<br>(-1,77)  |                   |                   | -5,982<br>(-3,77) | -7,394<br>(-4,67) | -11,403<br>(-7,19)  |                  |                  |                   | 2,546<br>(1,61)  |                   | 0,9329              | 0,9301             |
| a+bN <sup>0,5</sup> +cN **)              | 25,02<br>(811,79)        | 4,52117556<br>(13,78)  | -0,02841927<br>(-1,75)  | -0,925<br>(-0,44) | -1,986<br>(-0,94) | -6,409<br>(-3,03) | -7,821<br>(-3,69) | -11,830<br>(-5,58)  | 1,287<br>(0,61)  | 0,322<br>(0,15)  | -0,697<br>(-0,33) | 2,118<br>(1,00)  | -0,990<br>(-0,47) | 0,9343              | 0,9287             |
| <b>(c) Mitscherlichfunktion</b>          |                          |                        |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   |                     |                    |
| A(1-be <sup>-cN</sup> )                  | 90 ***)                  | 0,738784557<br>(44,81) | -0,01069385<br>(-27,54) |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,9175              | 0,9170             |
| A(1-be <sup>-cN</sup> *)                 | 96,38<br>(53,68)         | 0,73798274<br>(53,92)  | -0,00841486<br>(-13,68) |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,9271              | 0,9262             |
| A(1-be <sup>-cN</sup> **)                | 98,83<br>(60,85)         | 0,71970006<br>(60,15)  | -0,00841486<br>(-19,45) | -0,925<br>(-0,61) | -1,986<br>(-1,31) | -6,409<br>(-4,23) | -7,821<br>(-5,16) | -11,830<br>(-7,81)  | 1,287<br>(0,85)  | 0,322<br>(0,21)  | -0,697<br>(-0,46) | 2,118<br>(1,40)  | -0,990<br>(-0,65) | 0,9663              | 0,9635             |
| <b>(d) Linear limitationale Funktion</b> |                          |                        |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   |                     |                    |
| a+bN; N<180<br>c; N>=180                 | 30,38                    | 0,3199133              | 87,92                   |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,9273              |                    |
| <b>(e) Cobb-Douglas-Funktion</b>         |                          |                        |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   |                     |                    |
| aN <sup>b</sup>                          | 13,93181308<br>(9,89)    | 0,332642857<br>(17,31) |                         |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,7833              | 0,7819             |
| aN <sup>b</sup> +c                       | 3,821876972<br>(4,93)    | 0,5061423<br>(15,46)   | 24,71346796<br>(12,20)  |                   |                   |                   |                   |                     |                  |                  |                   |                  |                   | 0,8936              | 0,8922             |
| aN <sup>b</sup> **)                      | 9,324661281<br>(7,79)    | 0,384315807<br>(17,55) |                         | 12,271<br>(4,51)  | 11,210<br>(4,12)  | 6,787<br>(2,49)   | 5,375<br>(1,97)   | 1,367<br>(0,50)     | 14,484<br>(5,32) | 13,518<br>(4,97) | 12,499<br>(4,59)  | 15,315<br>(5,63) | 12,207<br>(4,48)  | 0,8577              | 0,8467             |

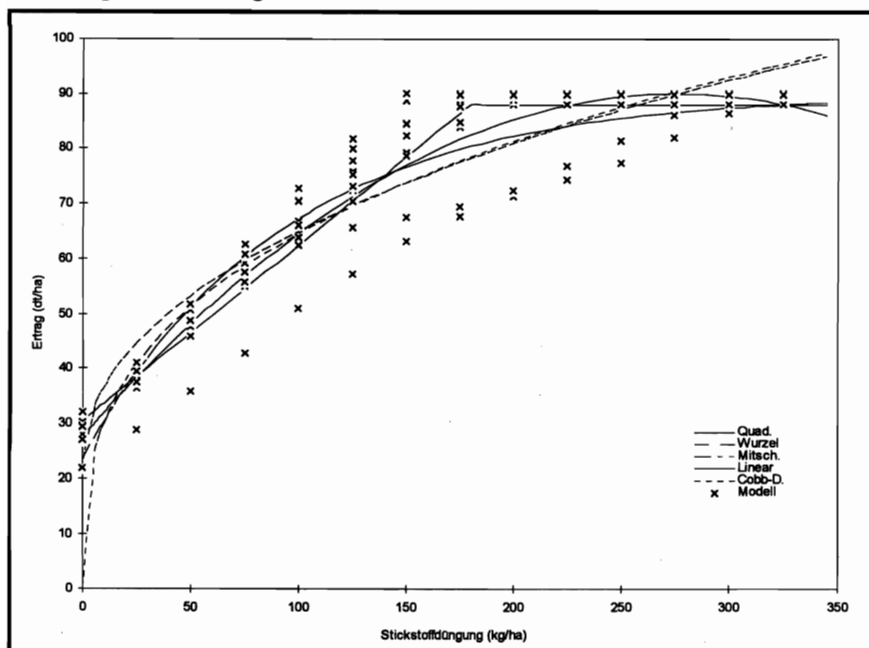
\*) Plus Dummyvariablen für die Jahreseffekte.

\*\*) Zentriertes R<sup>2</sup> (DOAN, 1994).

\*\*\*) Vorgegebenes Ertragsmaximum.

Quelle: Eigene Berechnungen

Abbildung 4: Verlauf der geschätzten Produktionsfunktion



Quelle: Eigene Berechnungen

Die Unterschiede in der statistischen Absicherung (Vorzeichenplausibilität, t-Werte und  $R^2$ ) der verschiedenen Funktionsformen sind relativ gering und lassen eine Beurteilung nicht zu. Deshalb soll neben den statistischen Gütekriterien eine Beurteilung anhand ökonomischer und ökologischer Kennwerte durchgeführt werden.

#### 4 Ökonomische und ökologische Beurteilung

Die Beurteilung berücksichtigt verschiedene Faktor-Produkt-Preisrelationen. Ausgangspunkt ist ein Preisverhältnis von 3 : 1, da bei der linear limitationalen Funktion ab einer Preisrelation von 3,125 : 1 die N-Düngung wirtschaftlich wird. Die Obergrenze stellt die Preisrelation 40 : 1 dar, welche zu Beginn der 90er Jahre die Preisrelation zwischen Getreide und Stickstoff kennzeichnete. Durch die Verwendung der Preisrelationen können sehr viele verschiedene Situationen abgebildet werden, so daß auch die Auswirkungen einer ökologisch begründeten N-Steuer aufgezeigt werden können. So würde, z.B. ausgehend von einem Preisverhältnis 30 : 1, wie es Mitte der 90er Jahre beobachtet wird, eine Verdoppelung des N-Preises zu einer Relation von 15 : 1 führen.

##### 4.1 Ableitung der optimalen speziellen Intensität

Die optimale spezielle Intensität wird für die fünf Funktionsformen und das CREAMS-Modell ermittelt. Das optimale N-Düngungsniveau der fünf Funktionsformen wird mit Hilfe der Grenzertragsfunktion und der anschließenden Gleichsetzung von Grenzerlösen und Grenzkosten berechnet. Im Gegensatz dazu wird das Optimum für das CREAMS-Modell durch iterative Suche des Deckungsbeitragsmaximums bestimmt, wobei Intervalle in 25 kg, 5 kg und 0,5 kg-Schritten eingegrenzt werden. Für das Modell steigt der optimale N-Einsatz von 83 kg/ha bei einer Stickstoff- / Getreidepreisrelation von 3 : 1 bis auf 295 kg/ha bei 40 : 1 an (Tabelle 2).

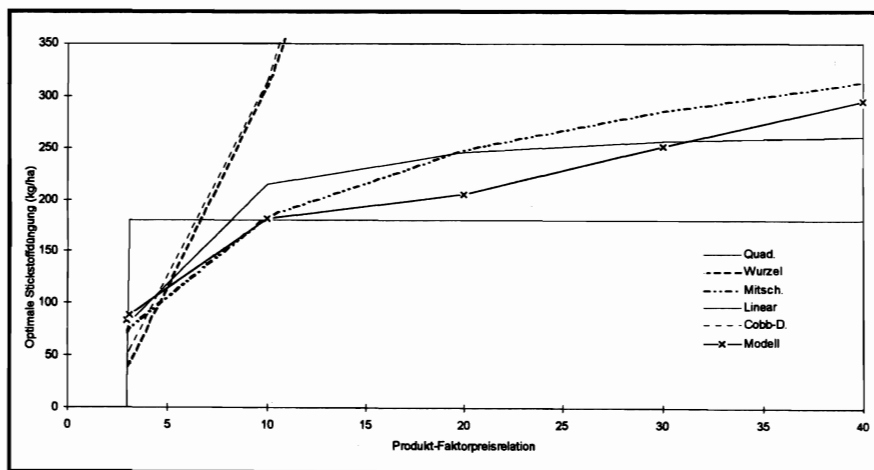


**Tabelle 2:** Optimale spezielle Intensität nach Ableitung verschiedener Funktionsformen und in Abhängigkeit vom Produkt-Faktor-Preisverhältnis sowie der tatsächliche Ertrag nach dem CREAMS-Modell, der N-Saldo und die Deckungsbeitragsdifferenz zum CREAMS-Modell

| Produkt-Faktor-Preisverhältnis | Funktionsform  |        |              |             |              |        |
|--------------------------------|--|--------|--------------|-------------|--------------|--------|
|                                | Quadratisch  | Wurzel | Mitscherlich | Linear lim. | Cobb-Douglas | Modell |
|                                | optimale N-Düngung (kg/ha)                               |        |              |             |              |        |
| 3 : 1                          | 73   | 39     | 71           | 0           | 52           | 83     |
| 10 : 1                         | 215  | 310    | 183          | 180         | 314          | 182    |
| 20 : 1                         | 245  | 831    | 248          | 180         | 886          | 205    |
| 30 : 1                         | 256  | 1340   | 286          | 180         | 1627         | 251    |
| 40 : 1                         | 261  | 1791   | 313          | 180         | 2504         | 295    |
|                                | tatsächlicher Ertrag nach CREAMS-Modell (dt/ha)          |        |              |             |              |        |
| 3 : 1                          | 56   | 43     | 55           | 28          | 48           | 59     |
| 10 : 1                         | 86   | 89     | 84           | 84          | 90           | 84     |
| 20 : 1                         | 88   | 90     | 88           | 84          | 90           | 86     |
| 30 : 1                         | 88   | 90     | 89           | 84          | 90           | 88     |
| 40 : 1                         | 88   | 90     | 90           | 84          | 90           | 89     |
|                                | N-Saldo aus N-Düngung und tatsächlichem N-Entzug (kg/ha) |        |              |             |              |        |
| 3 : 1                          | -61  | -65    | -61          | -67         | -63          | -59    |
| 10 : 1                         | 8  | 95     | -18          | -21         | 99           | -20    |
| 20 : 1                         | 35   | 616    | 38           | -21         | 671          | -1     |
| 30 : 1                         | 44   | 1125   | 73           | -21         | 1412         | 40     |
| 40 : 1                         | 49   | 1576   | 98           | -21         | 2288         | 81     |
|                                | Deckungsbeitrags-Differenz zu Modell (DM/ha)             |        |              |             |              |        |
| 3 : 1                          | -1   | -4     | -1           | -11         | -2           | 0      |
| 10 : 1                         | -10  | -72    | 0            | 0           | -75          | 0      |
| 20 : 1                         | -4   | -548   | -4           | -16         | -603         | 0      |
| 30 : 1                         | 0  | -1033  | 0            | -53         | -1320        | 0      |
| 40 : 1                         | -11  | -1480  | -6           | -108        | -2192        | 0      |

Quelle: Eigene Berechnungen

**Abbildung 5:** Optimale spezielle Intensitäten der geschätzten Produktionsfunktionen bei verschiedenen Produkt-Faktor-Preisrelationen



Quelle: Eigene Darstellung

Bei der linear limitationalen Funktion ist der optimale N-Einsatz ab dem Preisverhältnis 3,125 : 1 mit 180 kg Stickstoff konstant (Abbildung 5). Die Darstellung zeigt auch, daß bei der Quadratfunktion und Mitscherlichfunktion die relativ geringsten Abweichungen zum Modell vorliegen, wogegen bei der Quadratwurzelfunktion und Cobb-Douglas-Funktion ein sehr schneller und starker Anstieg im N-Düngungsniveau bei steigendem Preisverhältnis erfolgt.

Dieses unterschiedliche Verhalten ist mit durch die gewählte Funktionsform bedingt. Es zeigt sich, daß die Quadratfunktion und die Mitscherlichfunktion sehr anpassungsfähig sind und die Modellwirklichkeit am besten beschreiben. Dagegen haben die Quadratwurzelfunktion und die Cobb-Douglas-Funktion einen sehr hohen Maximalertrag von 202 dt/ha bei einer theoretischen N-Düngung von über 6 000 kg/ha bzw. einer unbestimmten Stickstoffdüngung. Damit erweisen sich beide Funktionsformen besonders bei weitem Produkt-Faktor-Preisverhältnis als unbrauchbar.

## 4.2 Ökonomische Beurteilung

Die aus den fünf Produktionsfunktionen abgeleiteten optimalen N-Düngungsmengen werden nun im CREAMS-Modell zu Berechnung der tatsächlichen Erträge eingesetzt. Mit der Information über den tatsächlichen Ertrag, Produktpreis, Faktoreinsatz und Faktorpreis lassen sich nun auch Deckungsbeitragsdifferenzen zum tatsächlichen, mit dem Modell errechneten Optimum ermitteln. Die Auswertung zeigt, daß durch die Verwendung der Quadratfunktion und durch die Mitscherlichfunktion nur sehr geringe wirtschaftliche Verluste hingenommen werden müssen. Bei höheren Preisrelationen wäre eine Steigerung der N-Düngung wirtschaftlich, die jedoch von der linear limitationalen Funktion nicht vollzogen wird.

## 4.3 Ökologische Beurteilung

Bei der ökologischen Beurteilung wird ein einfacher N-Saldo aus N-Düngung und N-Entzug berechnet. Ökologisch bedenklich ist ein hoher Düngungsüberschuß, weil dadurch langfristig die Gefahr der Nitratauswaschung ansteigen kann. Der Vergleich zeigt, daß je weniger die Erträge durch die Produktionsfunktionen überschätzt werden, die Gefahr einer Überdüngung über das tatsächliche Optimum hinaus geringer ist. Die Quadratfunktion kommt dieser Forderung am weitesten entgegen.

## 4.4 Gesamtbeurteilung und Vergleich mit Schlagkarteidaten

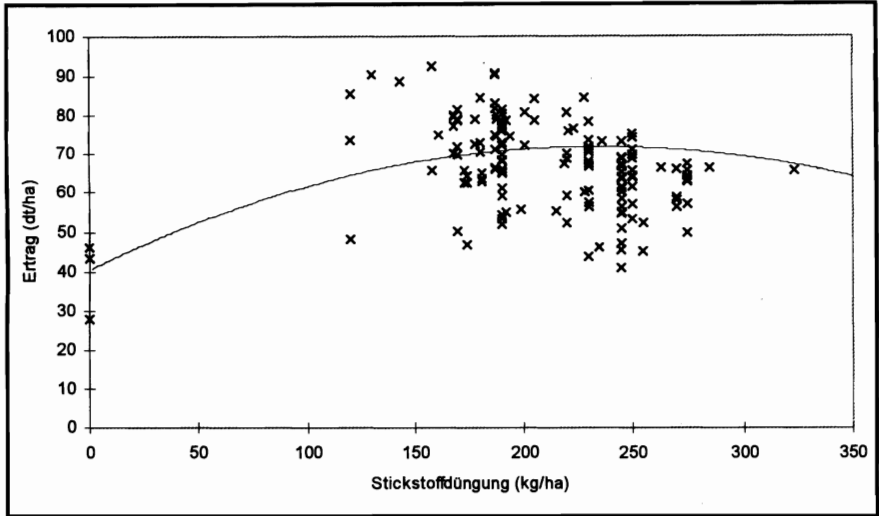
Die Untersuchung zeigt, daß statistische Prüfmaße allein nicht ausreichen, um die Güte verschiedener Produktionsfunktionen und den Einfluß der Funktionsform zu beurteilen. Vielmehr bedarf es eines Referenzsystems, das weitergehende wirtschaftliche und ökologische Analysen zuläßt. Die beste Funktionsform ist diejenige, bei deren Einsatz die geringsten wirtschaftlichen Verluste im Vergleich zur Realität auftreten. Bei gleicher Abbildungsgüte ist darüber hinaus die Funktionsform zu bevorzugen, welche die aus der Abweichung vom Optimum entstehenden ökologischen Belastungen minimiert.

Im vorliegenden Fall ist von den fünf Funktionsformen die Quadratfunktion und die Mitscherlichfunktion als in etwa gleichwertig und sehr anpassungsfähig anzusehen. Während die linear limitationale Funktion in Ausnahmefällen, wenn z.B. keine Daten vorhanden sind, durchaus mit geringen wirtschaftlichen Verlusten eingesetzt werden kann, werden die Quadratwurzelfunktion und Cobb-Douglas-Funktion für die vorliegende Fragestellung als ungeeignet angesehen.

Zum Schluß soll die Frage der Übertragbarkeit der Ergebnisse diskutiert werden. Wie eingangs erläutert, liegen zum Teil umfangreiche Daten aus Schlagkarteien vor. Als ein Beispiel sind in Abbildung 6 die Erträge von Winterweizen in Abhängigkeit von der N-Düngung

dargestellt. Es wird deutlich, daß nur wenige Erträge bei einem N-Düngungsniveau bis zu 150 kg/ha vorliegen.

**Abbildung 6:** Schlagkarteidaten und geschätzte Produktionsfunktion



Quelle: Eigene Darstellung

Wird hieraus eine Produktionsfunktion geschätzt, so wird auch bei Einsatz der als sehr flexibel bezeichneten Quadratfunktion nur ein geringes Bestimmtheitsmaß ( $R^2 = 30\%$ ) erreicht. Damit ist offensichtlich, daß wichtige zusätzliche Informationen über Betrieb, Standort und Bewirtschaftungsmaßnahmen für eine gute Produktionsfunktion unerlässlich sind. Im vorliegenden Fall konnte durch zusätzliche Informationen aus der Schlagkartei über Weizensorte, Düngungszeitpunkt, Pflanzenschutzinsatz und Bodeneigenschaften das Bestimmtheitsmaß auf  $R^2 = 0,49$  erhöht werden (ZEDDIES et al. 1994). Eine Überprüfung solcher komplexer Produktionsfunktionen ist jedoch erst möglich, wenn entsprechende Simulationsmodelle verfügbar sind, die z.B. auch Pflanzenschutzmaßnahmen in ihren Ertragswirkungen abbilden können. Dadurch könnte die in dieser Untersuchung aufgezeigte Methodik für komplexe Probleme eingesetzt werden.

## 5 Zusammenfassung

Die Schätzung von Produktionsfunktionen und ihre Anwendung zur Bestimmung der optimalen speziellen Intensität ist mit vielen Problemen verbunden. Das Problem von Felddaten ist, daß viele Erklärungsvariablen im Nachhinein oder überhaupt nicht (mit vertretbarem Aufwand) verfügbar sind und daß die Daten nicht gleichmäßig über den relevanten Bereich für die exogenen Variablen vorliegen. Modelldaten haben den Vorteil, daß alle Variablen definiert und beeinflußt werden können. Zu beachten ist, daß das verwendete Simulationsmodell keine Produktionsfunktion enthält, sondern Wachstumsfaktoren berücksichtigt, die sich dann direkt in den Ergebnissen widerspiegeln können. Mit dem erstellten Datensatz werden fünf verschiedene Formen von Produktionsfunktionen (quadratische Funktion, Quadratwurzelfunktion, Mitscherlichfunktion, linear limitationale Funktion und Cobb-Douglas-Funktion) geschätzt. Es wird dann gezeigt, welchen Einfluß die Funktionsform auf die Bestimmung der optimalen speziellen Intensität hat, wobei Änderungen von Produkt- und Faktorpreisen vorgegeben werden. Abschließend werden die Ergebnisse hinsichtlich ihrer Relevanz für das

ökonomische Produktionsoptimum und die ökologischen Auswirkungen diskutiert. Im vorliegenden Fall ist von den fünf Funktionsformen die Quadratfunktion und die Mitscherlichfunktion als in etwa gleichwertig und sehr anpassungsfähig anzusehen. Die linear limitationale Funktion kann in Ausnahmefällen eingesetzt werden, wenn z.B. wenig Daten zur Abschätzung einer komplexen Produktionsfunktion vorhanden sind. Damit gelingt noch eine relativ gute Annäherung an das wirtschaftliche Optimum bei der Ermittlung der speziellen Intensität. Die Quadratwurzelfunktion und die Cobb-Douglas-Funktion werden für die vorliegende Fragestellung als ungeeignet angesehen.

## Summary

The estimation of production functions and their use in calculating the optimal special intensity is hampered by several problems. The problem of field data is, that many independent variables are not available at all and that they are not equally distributed over the range relevant for the exogenous variables. An advantage of model data is that all input variables can be defined. However, the simulation model must not contain production functions, but rather growth factors which have direct influence on the resulting variables. With these data five different forms of production functions (quadratic function, square root function, Mitscherlich function, linear limitational function and Cobb-Douglas function) are estimated. It is shown what influence the type of production function has onto the definition of the optimal special intensity when both product and factor prices are changed. Finally, the results are discussed as to their relevance on the economic optimum and their ecological impacts. In the considered case the quadratic function and the Mitscherlich function are equally valuable. They both are very flexible. The linear limitational function can be used in exceptional cases, for example if there are less data for a more complex type of production function available. The square root function and the Cobb-Douglas function are considered to be not adequate for the question raised.

## Literaturverzeichnis

- BOX, M. J. (1965): *A New Method of Constrained Optimization and Comparison with other Methods*. In: Computer Journal 8, S. 42-52
- DOAN, T. A. (1992): *RATS User's Manual Version 4*. Evaston
- FUCHS, C.; SCHANZENBÄCHER, B. (1992): *Produktion, Ökologie und Wirtschaftlichkeit ausgewählter Körnerfrüchte : Konsequenzen von Produktpreissenkungen und Faktorbesteuierungen*. In: Agrarwirtschaft 41, Heft 6, S. 152-163
- JAROSCH, J. (1990): *Methodik, Einsatzmöglichkeiten und Anwendung ökologisch-ökonomischer Modelle*. Kiel (Landwirtschaft und Umwelt 6)
- KNISEL, W. G. (1980): *CREAMS: A Field Scale Model for Chemicals, Runoff, and Erosion from Agricultural Management Systems*. Washington, D.C.: U.S. Department of Agriculture (Conservation Research Report 26)
- MANETSCH, T. J. (1989): *Towards Efficient Global Optimization in Large Dynamic Systems : the adaptive complex method*. Michigan State University
- MURSCHEL-RAASCH, B. (1991): *Die Entwicklung eines Informationssystems zur Reduzierung der Erosion und des Stoffaustrages am Beispiel von Ackerböden im Kraichgau*. Hohenheim, Universität Hohenheim, Dissertation
- ZEDDIES, J.; FUCHS, C.; HUFNAGEL, J.; WALTHER, J. (1994): *Qualitätsweizenproduktion nach der EG-Agrarreform : ökonomische Anpassungen und ökologische Auswirkungen*. In: Berichte über Landwirtschaft 72, S. 1-21